

Хаим Шапира

Гладиаторы, пираты и игры на доверии. Как нами правят теория игр, стратегия и вероятности

Текст предоставлен правообладателем

http://www.litres.ru/pages/biblio_book/?art=63848361

Х. Шапира. Гладиаторы, пираты и игры на доверии. Как нами правят теория игр, стратегия и вероятности: ООО «Издательская Группа

«Азбука-Аттикус»; Москва; 2021

ISBN 978-5-389-16827-5

Аннотация

Избегать риска любой ценой – это очень рискованный путь, считает видный израильский математик и философ, автор бестселлеров Хаим Шапира. Его лаконичная, написанная с юмором книга полна поучительных парадоксов и примеров, которые объединяет главная тема: рассказ о том, как теория игр влияет на нашу жизнь, как ее положения можно использовать в ведении переговоров, выработке навыков стратегического мышления, в справедливом разделении бремени и в решении множества повседневных задач.

«Эта книга касается теории игр и слегка затрагивает ряд важных идей в статистике и теории вероятностей. Эти три области мышления – научная основа того, как мы принимаем жизненные решения. Да, темы довольно серьезны, но я сделал все, чтобы книга получилась и точной, и увлекательной. В конце концов, радость от жизни так же важна, как и изучение нового». (*Хаим Шапиро*)

В формате PDF A4 сохранён издательский дизайн.

Содержание

| | |
|---|-----|
| Вступление | 6 |
| 1. «Дилемма придорожного кафе» | 8 |
| 2. «Парадокс шантажиста» | 14 |
| 3. Ультимативная игра | 22 |
| 4. Игры, в которые играют люди | 35 |
| Свет! Камера! Мотор! Кейнсианский конкурс красоты | 63 |
| 5. Брачный посредник | 68 |
| Интермедия. Игра в гладиаторов | 97 |
| 6. Крестный отец и «Дилемма заключенного» | 99 |
| 7. Пингвинья математика | 117 |
| Интермедия. Парадокс воронов | 131 |
| 8. Продается, продается... продано! | 134 |
| Интермедия. Парадокс Ньюкома | 148 |
| 9. «Игра в труса» и Карибский кризис | 151 |
| 10. Ложь, гнусная ложь и статистика | 164 |
| 11. Вопреки всему | 185 |
| 12. О справедливом разделении бремени | 196 |
| 13. Игры на доверии | 203 |
| 14. Как играть в казино, если некуда деться | 211 |
| Заключение. Главные принципы теории игр | 217 |
| Библиография | 221 |
| Об авторе | 224 |

Хаим Шапира
Гладиаторы, пираты и
игры на доверии. Как
нами правят теория игр,
стратегия и вероятности

Haim Shapira

Gladiators, Pirates and Games of Trust. How Game Theory,
Strategy and Probability Rule Our Lives

© Haim Shapira, 2017

© Измайлов В. А., перевод на русский язык, 2020

© Издание на русском языке, оформление. ООО «Изда-
тельская Группа «Азбука-Аттикус», 2020

КоЛибри®

* * *

Вступление

Эта книга касается теории игр и слегка затрагивает ряд важных идей в статистике и теории вероятностей. Эти три области мышления – научная основа того, как мы принимаем жизненные решения. Да, темы довольно серьезные, но я изо всех сил постарался сделать все, чтобы книга получилась и точной, и увлекательной. В конце концов, радость от жизни так же важна, как и изучение нового.

Итак, мы с вами:

- встретим нобелевского лауреата Джона Нэша и познакомимся с его знаменитым равновесием;
- изучим основные идеи искусства переговоров;
- рассмотрим каждый аспект «Дилеммы заключенного» и узнаем, как важно сотрудничать;
- представим чемпиона мира по стратегическому мышлению;
- исследуем проблему стабильного брака и выясним, как она привела к Нобелевской премии;
- посетим гладиаторскую арену и подадим заявку на пост тренера;
- примем участие в тендере и будем надеяться на то, что нас минует «проклятие победителя»;
- узнаем, как статистика содействует лжи;
- ознакомимся с тем, какую роль играют вероятности в

операционных;

- раскроем тайну того, как связаны «игра в труса» и Карибский кризис;
- построим аэропорт и разделим наследство;
- издадим ультиматумы и научимся доверять;
- побываем на конкурсе красоты у Джона Мейнарда Кейнса и подумаем, как этот конкурс связан с торговлей акциями;
- обсудим идею справедливости в свете теории игр;
- повстречаем капитана Джека Воробья и поймем, как пираты-демократы делят сокровища;
- а также определим лучшие стратегии игры в рулетку.

1. «Дилемма придорожного кафе»

Как потерять друзей практически мгновенно

В этой главе мы заглянем в бистро и выясним, в чем суть теории игр и почему она столь важна. А еще я приведу немало примеров того, как теория игр проявляется в нашей повседневной жизни.

Представьте такую ситуацию. Том заходит в бистро, садится за стол, просматривает меню и понимает, что подают его любимое блюдо: турнедо-тост Россини! Названный в честь Джоаккино Россини, великого итальянского композитора, он готовится из самой свежей говяжьей вырезки (филе-миньон), обжаренной в сливочном масле, и подается на гренке, украшенный кусочком фуа-гра, с гарниром из ломтиков черного трюфеля, и все это под соусом демиглас с добавлением мадеры. В двух словах: здесь есть все, чтобы ваш кардиохирург жил долго и счастливо. Да, это очень вкусно – и очень дорого... скажем, пусть этот тост стоит \$200. И теперь Тому предстоит решить, заказывать его или нет. Ситуация может показаться драмой, даже шекспировской трагедией, но на самом деле все не так уж и сложно. Все, что должен определить Том: будет ли удовольствие, дарованное тостом, соответствовать назначенной цене. Просто не забывайте: для разных людей \$200 означает нечто совершенно разное. Для

уличного попрошайки, например, это целое состояние. Но если вы переведете \$200 на счет Билла Гейтса, для него они погоды не сделают. В любом случае это сравнительно простое решение, и оно никак не связано с теорией игр.

Так зачем я тогда рассказывал эту историю? Как вписать сюда теорию игр?

А вот как. Предположим, Том не один. Он заходит в то же самое бистро, но с ним девять друзей; за столом их, стало быть, десять, и платить они соглашаются в складчину, а не каждый за себя. Том вежливо ждет, пока все закажут свои незамысловатые блюда: картошку фри, чизбургер, кофе, содовую; мне ничего, спасибо; горячий шоколад... Заказы сделаны, но Тома вдруг осеняет гениальная идея, и он выдает: мне, *per favore*¹, турнедо-тост Россини! Его решение кажется очень простым и в то же время экономически и стратегически верным: он наслаждается гастрономической оперой Россини и платит лишь чуть больше 10 % от официально объявленной цены.

Верный ли выбор сделал Том? И была ли эта идея в конечном счете блестящей? Как думаете, что случится за столом спустя секунду? (Или, как спросили бы математики, какой будет динамика игры?)

¹ Пожалуйста (*um.*).

Любое действие влечет противодействие (3-й закон Ньютона, усеченная версия)

Зная друзей Тома, могу сказать: сделав свой шаг, он объявил войну. Официант! Где официант? Все вдруг вспоминают, что зверски голодны, и каждый особенно жаждет попробовать что-нибудь из меню «высшего класса». Что? Я просил жареной картошки? Нет, я передумал! Трюфельный торт Робюшона, пожалуйста! Чизбургер? Ерунда какая! Будьте любезны, двухфунтовый стейк! Внезапно выясняется, что все друзья Тома – великие гурманы. В «бюджетную» часть меню они даже не смотрят – все блюда только из «элитной». Это лавина, это экономическая катастрофа – так затушим пламя дорогим вином! Несите бутылку, да не одну! И когда наконец приходит чек и счет делят поровну, оказывается, что каждый должен заплатить \$410!

Кстати, исследования показали: когда люди платят за обед поровну или когда еду раздают бесплатно, все склонны заказывать больше. Уверен, вас это не удивит.

Том понимает, что совершил ужасную ошибку. Но только ли он один? Все вступили в битву за собственную гордость – он не оставит нас в дураках! – а кончилось тем, что все заплатили гораздо больше, чем намеревались изначально, за ту еду, которую и не думали заказывать. А насчет калорий... ох, даже не предлагайте подсчитывать.

Так может, им стоило заплатить гораздо меньше, и пусть бы Том наслаждался блюдом своей мечты? Вам решать. В любом случае то был последний раз, когда друзья куда-то выбирались такой большой компанией.

Сцена в ресторане ясно показывает, как взаимодействуют люди, принимая решения, и это прекрасный реальный пример тех проблем, к которым обращается теория игр.

Возможно, для дисциплины, которую обычно называют теорией игр, более точно подойдет другое название – теория принятия согласованных решений.

Роберт Ауман

Израильтянин Роберт Ауман, профессор математики, в 2005 г. получил Нобелевскую премию по экономике за свою новаторскую работу в теории игр. И вслед за его формулировкой мы определим теорию игр как... *математическую формализацию согласованного принятия решений.*

Пожалуйста, не надо паники! В этой книге я постараюсь воздержаться от цифр и формул. Многие прекрасные книги вполне без них обходятся. А я направлю усилия на рассказ о сути и главных соображениях – и конечно же о занимательных моментах профессии.

Теория игр связана с формализацией того, как взаимодействуют между собой рациональные игроки, и она исходит из предпосылки, согласно которой цель каждого игрока – довести до максимума собственную выгоду, какой бы та ни была.

Играть могут друзья, враги, политические партии, госу-

дарства, да кто угодно – главное, чтобы игроки были способны действовать согласованно.

Кажется, именно сейчас стоит отметить: награда участников измеряется не только в деньгах. Награда – это удовольствие, которое игроки получают от результатов игры, и оно может быть положительным (деньги, слава, клиенты, лайки в фейсбуке, гордость...) или отрицательным (штрафы, потерянное время, разрушенная собственность, разочарование...).

Когда нам предстоит принять решение в игре, итог которой зависит от решений других игроков, то следует предположить, что остальные в большинстве случаев столь же умны и эгоистичны. Другими словами, не ожидайте того, что другие будут мирно потягивать содовую, пока вы наслаждаетесь турнедо-тостом Россини, а потом оплатят свою долю, порадуются вместе с вами и будут счастливы.

Есть много способов применить теорию игр к жизненным ситуациям: деловые или политические переговоры; продумывание аукциона (выбор между английской моделью, где цена постоянно растет, и голландской, где она изначально высока и непрерывно понижается); модели балансирования на грани войны (Карибский кризис; угроза ИГИЛ ²); ценовая политика (следует ли компании Coca-Cola снизить цены до Рождества или поднять их – и как на это ответит Pepsi?);

² Организация, деятельность которой на территории РФ запрещена. – *Примеч. ред.*

личные продавцы, которые торгуются со случайными туристами (как лучше всего сбавлять цену на товар? Слишком быстро – турист заподозрит «дешевку»; слишком медленно – потеряет терпение и уйдет); ограничения охоты на китов (все страны, бьющие китов как ни в чем не бывало, хотят, чтобы ограничения касались остальных – ведь без ограничений киты могут просто вымереть); разработка хитроумных стратегий для настольных игр; понимание эволюции сотрудничества; стратегии ухаживания (и у людей, и у животных); военные стратегии; эволюция поведения у человека и животных (я уже слабею и начал обобщать) и так далее (уф!).

Важный вопрос: может ли теория игр действительно улучшить нашу способность принимать повседневные решения? Именно здесь мнения и расходятся. Одни эксперты уверены в том, что теоретики игр оказывают решающее влияние чуть ли не на все события в мире. Но есть и другие эксперты, которые считают, что теория игр – это не более чем занимательная математика, и они не хотят уступать. Мне кажется, истина скрыта где-то между этих полюсов, хотя и не точно посередине. В любом случае теория игр – это захватывающая область мышления и она дает нам понять очень многое в решении самых разных жизненных проблем.

Я уверен: учить лучше всего на примерах, на них же лучше и познавать – как теорию игр, так и все остальное. Чем больше примеров мы увидим, тем лучше поймем явление. Итак, начнем.

2. «Парадокс шантажиста»

*Мы никогда не будем вести переговоры из страха
– но и никогда не будем страшиться переговоров.
Джон Кеннеди*

В этой главе мы узнаем об игре, связанной с переговорами. Изобрел ее Роберт Ауман. Она проста, но эта простота обманчива – на самом деле в этой игре скрыты глубокие прозрения.

Игру «Парадокс шантажиста» впервые представил уже упомянутый Роберт Ауман, великий знаток во всем, что касается сотрудничества и конфликтов в свете теории игр и ее анализа.

Джо и Мо заходят в темную комнату, где их ждет высокий таинственный незнакомец в темном костюме и галстуке. Он снимает темные очки и ставит на стол в середине комнаты кейс. «Здесь, – властно говорит он, – миллион долларов наличными. Кейс может стать вашим через пару мгновений, но при одном условии. Делите деньги как угодно, и, если договоритесь, они ваши. Если нет, они уходят обратно моему шефу. Сейчас я оставлю вас одних. Уделите это время размышлениям. Я вернусь через час».

С этими словами высокий человек уходит. Попробую до-

гадаться, о чем вы подумали, дорогие мои читатели. «Какая простая игра! Что тут вообще решать? О чем вести переговоры? В смысле зачем нобелевскому лауреату такая ерунда? Или мы что-то пропустили? Да нет, конечно нет. Это самая простая игра в мире. И все, что должны сделать Джо и Мо, это...»

Придержите коней, друзья. Не спешите с выводами. Не забывайте: все всегда сложнее, чем кажется. Если бы двум игрокам нужно было просто поделить наличные между собой и отправиться по домам, я никогда не писал бы о них в этой книге.

И вот что происходит дальше:

Джо – славный парень, и ему кажется, что все кругом славные. С лучезарной улыбкой он оборачивается к Мо и говорит, потирая руки:

– Нет, ты слышал? Просто не верится, скажи? Нам дали по полмиллиона! Нам даже торговаться не надо! Закончим эту глупую игру, разделим наличку и устроим вечеринку, согласен?

– Значит, для тебя это глупая игра? – с сарказмом спрашивает Мо. – А мне вот она нравится. Да что там, она приводит меня в восторг! Кстати, что ты предложил? Разделить деньги? Ты круглый идиот! Давай разумнее: я беру \$900 000, а тебе даю оставшиеся \$100 000, и то лишь потому, что я сегодня добрый, уяснил? Вот мое последнее слово. Соглашайся или вали. Скажешь «да» – ну, круто, получил ни за что

сотню кусков. А откажешься – так тоже здорово: оба уйдем ни с чем, и это мне вполне по нраву.

– Стой, ты шутишь, что ли? – спрашивает Джо, начиная волноваться.

– Да ни в жизнь. Ты не забывай, я Мо – Монетный Монстр. Я таких, как ты, на завтрак ем. И я никогда не шучу. У меня это программой не предусмотрено. Я свое предложение сделал, переговоры окончены!

– Да что с тобой не так? – Джо едва не плачет. – Это же симметричная игра! Два игрока, у каждого – вся полнота информации! В целом мире нет никаких причин на то, чтобы ты получил хоть на медный грош больше, чем я! Это бессмысленно! Это несправедливо!

– Слушай, ты столько болтаешь, у меня уже голова от тебя болит, – через губу отвечает Мо. – Еще хоть слово, и мое щедрое предложение понизится до \$50 000. Тебе надо только сказать: «Ладно, согласен!» – или мы оба уходим ни с чем.

– Ладно, согласен, – говорит Джо.

Игра окончена.

Как такое случилось в столь простой игре? Где Джо допустил ошибку?

Когда я написал об этой игре в крупной экономической газете, на меня хлынул поток гневных отповедей от политиков – от левых до правых, со всех окраин политического спектра (к слову, это доказывает, что статья была уравновешенной и справедливой). Так произошло потому, что чита-

тели поняли: игра затрагивала не Джо и Мо, а переговоры в нашей с вами реальной жизни. Профессор Ауман, у которого я имел честь учиться много лет назад, считал, что эта история тесно связана с арабо-израильским конфликтом и может научить нас кое-чему в искусстве решать спорные ситуации. Кроме того, аспекты «парадокса шантажиста» можно усмотреть в переговорах, проведенных на Парижской мирной конференции в 1919 г. (она привела к Версальскому миру), в пакте Молотова – Риббентропа 1939 г., в теракте с захватом заложников в московском театре в 2002 г. и в недавних переговорах о политическом соглашении между Ираном и группой мировых держав относительно ядерной программы – и это лишь несколько примеров.

Ауман утверждал, что Израиль, вступая в переговоры с соседними странами, должен принять во внимание три ключевых момента и подготовиться к ним: первое – переговоры (или «игра»), как это ни печально, могли *не привести* к соглашению; второе – игра могла *повториться*; и третье – израильтянам нужно было стойко *верить* в свои позиции на «красной черте» и держаться за них.

Обсудим два первых момента. Если Израиль не желает покидать комнату переговоров, не достигнув соглашения, такая стратегия уже ущербна сама по себе, поскольку игра при ней становится несимметричной. Сторона, психологически готовая проиграть, обладает огромным преимуществом. И если Джо так же хочет пойти на болезненные уступки и при-

нять унижительные условия ради соглашения, эта установка повлияет на будущие переговоры: стоит игрокам встретиться снова, и, вполне возможно, Мо будет предлагать худшие условия при каждой новой игре.

Что важно, в жизни немалую роль играет время. Представьте: Мо пытается шантажировать Джо. Тот берет паузу и пытается договориться о внесении изменений в несправедливое предложение; Мо настаивает на своем; Джо пытается снова – но часы тикают... и раздается стук в дверь: вернулся владелец кейса.

– Ну что, договорились? – спрашивает он. – Еще нет? Хорошо. Деньги уходят. До свидания.

Он выходит из комнаты, и оба – честный Джо и шантажист Мо – остаются ни с чем.

На самом деле о такой ситуации прекрасно знают в деловом мире. Что ни день, так мы слышим, как некая компания получила заманчивое предложение о выкупе всех ее акций – но, оказывается, предложение сняли еще до того, как его успели должным образом обсудить.

В общем случае мы должны принять во внимание природу нашего ресурса, ценность которого может со временем исчезнуть, даже если он не используется. Назовем это «моделью фруктового льда» (не тратьте время на поиски в Google): хорошая вещь, которая тает до тех пор, пока ее не станет.

В наши дни есть легенда о сверхбогатом бизнесмене, который вел дела так: желая купить компанию, он делал ей фи-

нансовое предложение и особо оговаривал то, что сумма с каждым днем будет уменьшаться. Давайте представим, что он сделал предложение правительствам Израиля и Иордании и сказал, что готов заплатить \$100 млрд за Мертвое море (озеро, которое каждый день усыхает и когда-нибудь и правда может исчезнуть), но каждый день цена предложения будет уменьшаться на миллиард. И если из-за несогласия или бюрократической волокиты страны затянут с ответом, возможно, все сложится так, что они заплатят бизнесмену целое состояние, лишь бы он забрал у них это Мертвое море – и тогда у него не только будет свое озеро, он станет *еще богаче*.

Теперь позвольте показать, какие выводы я сделал из истории шантажиста:

1. Играть рационально против иррационального противника – часто нерационально.
2. Играть иррационально против иррационального противника – часто рационально.
3. Если вы уделите этой игре (и похожим жизненным ситуациям) чуть больше размышлений, то поймете: не совсем ясно, что именно значит «играть рационально» (да и само значение слова «рациональный» остается весьма туманным, ведь Мо, в конце концов, побеждает и уходит с призом \$900 000).
4. Будьте очень осторожны, когда решите предугадать действия противника и «примерить его одежду». Вы – не он,

и вам никогда не узнать, на чем основаны его решения. Предсказать, как поведут себя люди в той или иной ситуации – трудно до невозможности.

Конечно же, есть множество примеров, способных подтвердить мою точку зрения. Случайным образом я выбрал несколько из них. В 2006 г. профессор Григорий Перельман отказался от медали Филдса (эквивалент Нобелевской премии для математиков) и сказал: «Мне не интересны ни деньги, ни слава». В 2010 г. ему присудили премию миллион долларов за доказательство гипотезы Пуанкаре, но он снова отказался принять деньги. Видите ли, есть люди, которые просто *не любят* деньги. В дни Второй мировой войны Иосиф Сталин отказался обменять Фридриха Паулюса, немецкого фельдмаршала, захваченного в Сталинградской битве, на собственного сына, Якова Джугашвили, который был в немецком плену с 1941 г. «Я солдата на фельдмаршала не меняю», – объявил Сталин. И в то же время есть люди, которые могут отдать незнакомцам свою почку. Почему? Я знаю об этом не больше, чем вы.

Взять, например, Крым: после того, как его присоединение к России свершилось, политические «знатоки» выдали гору умных объяснений – мол, все к тому и шло, причина просто в том... (если любопытно, Google вам в помощь). Но есть одна проблема: никто из них не предсказал, что Путин совершит свой маневр, а значит, хода его мыслей они совер-

шенно не представляли.

А теперь самое важное прозрение:

5. Изучать модели теории игр – важно и полезно. Но мы не должны забывать: довольно часто в жизни все сложнее, чем кажется на первый взгляд, причем проблемы не становятся проще, если рассматривать их снова и снова, и ни одна математическая модель не может отразить их полномасштабной сложности. Да, для изучения законов природы математика подходит лучше, нежели для изучения законов, правящих человечеством.

Переговоры, даже если мы не осведомлены об этом в полной мере, составляют неотъемлемую часть нашей жизни. Мы все время ведем их с супругами, с детьми, с партнерами, с начальниками, с подчиненными и даже с теми, кого совершенно не знаем. И конечно же, переговоры – это краеугольный камень в дипломатических отношениях государств или в поведении политических организаций (скажем, при формировании коалиций). Но при этом не только обычные люди, но и крупные деятели политики и экономики временами могут быть столь неопытными в методах и философии переговоров, что даже удивительно.

И потому в следующей главе нас ждет знакомство со знаменитой игрой, связанной именно с аспектами переговоров.

3. Ультимативная игра

В этой главе я уделю внимание одному экономическому эксперименту. Он призван объяснить ряд аспектов нашего поведения и пошатнуть привычные экономические устои. Кроме того, он ясно покажет, что мы не желаем признавать несправедливость и что есть огромная разница между Homo economicus – человеком экономическим – и настоящими людьми. А еще мы изучим разные стратегии переговоров в версии рекуррентной ультимативной игры.

В 1982 г. трое немецких ученых – Вернер Гут, Рольф Шмиттбергер и Бернд Шварце – написали статью о проведенном ими эксперименте, итоги которого немало удивили экономистов (но больше никого)³. Эксперимент, известный как ультимативная игра⁴, с тех пор стал одной из самых знаменитых и изучаемых игр в мире.

Эта игра похожа на «парадокс шантажиста», но в ней есть ключевые отличия, и главное расхождение – это асимметрия ультимативной игры.

³ Это статья *Guth Werner, Shmittberger Rolf, and Schwarze Bernd. An Experimental Analysis of Ultimatum Bargaining // Journal of Economic Behaviour and Organization. 1982. 3:4 (December). P. 367–388.*

⁴ Со всесторонним обзором ультимативной игры можно ознакомиться в книге *Camerer Colin F. Behavioural Game Theory. Princeton University Press, NJ, 2003.*

Игра проходит так. Двое игроков, незнакомых друг с другом, находятся в комнате. Назовем их Морис и Борис. Борис (он будет «предлагать») получает \$1000 и указание разделить эти деньги с Морисом (он станет «отвечать») как душа пожелает. Единственное условие: Морис должен согласиться с предложением Бориса. Если он против, то \$1000 забирают – и оба игрока остаются ни с чем.

Стоит отметить: в этой игре оба обладают всей полнотой информации. Так, если Борис предлагает \$10 и Морис отвечает согласием, Борис уходит, имея на руках \$990. Но, если Морис против (напомним, он знает, что у Бориса \$1000), оба останутся с пустыми руками.

Как вам кажется, что будет? Примет ли Морис «щедрое» предложение \$10? Сколько бы предложили вы? И почему? А какую минимальную сумму вы могли бы принять в роли получателя? И снова – почему?

Математика против психологии

Я считаю, что эта игра – знак того, сколь сильное напряжение часто возникает между решениями «нормативными», основанными на принципах математики, и решениями «позитивными», в основе которых лежат интуиция и психология.

Математически игра решается легко. Но это решение, на удивление легкое, на самом деле неразумно. Если Борис хо-

чет довести свою выгоду до максимума, он должен предложить \$1 (предположим, что мы играем на целые доллары, без центов). И Морис, услышав предложение, встает перед лицом «шекспировской» дилеммы: «Брать или не брать – вот в чем вопрос...» Если Морис – обычный *Человек экономический математико-статистический* — иными словами, поклонник математики и верный рационалист, – он спросит себя только об одном: «Что больше, один доллар или несколько?» Пара мгновений, и он вспомнит, что в детском садике воспитательница говорила так: «Лучше хоть что-то, чем ничего», – и возьмет доллар, оставив Борису \$999. Только есть небольшая проблема: ни одна реальная игра так не пойдет. Морису и правда нет смысла брать один-единственный доллар – разве только он любит Бориса всей душой и хочет стать его благодетелем. Гораздо вероятнее то, что такое предложение огорчит Мориса и даже оскорбит. В конце концов, он рационалист, но не до такой же степени! У него есть чувства – гнев, честность, ревность... И теперь, когда вы это знаете, сколько, на ваш взгляд, должен предложить Борис, чтобы сделка состоялась?

Мы можем спросить, почему некоторые отказываются принимать предложенные суммы – и иногда немалые – лишь потому, что где-то слышали или «точно знают», сколько получает «вон тот парень». Как внести фактор оскорбления в математические уравнения? Как определить его меру? Сколько готовы терять люди, чтобы не чувствовать себя в

дураках?

В эту игру играли в разных странах – в США и Японии, в Индонезии и Монголии, в Израиле и Бангладеш; играли на деньги и на драгоценности (в Папуа – Новой Гвинее), дети играли даже на конфеты; играли в нее и студенты экономических факультетов, и адепты буддийских медитаций, и даже шимпанзе...

Меня она всегда невероятно привлекала, я провел с ней ряд экспериментов – и видел, как и часто в реальной жизни, что люди отвергали оскорбительные предложения. Многие, например, отказывались принимать меньше 20 % от общей суммы (этот феномен наблюдался во многих разных культурах). Естественно, барьер в 20 % действует только тогда, когда игра идет на сравнительно малые суммы, причем «сравнительно» – это *очень* малые. В смысле если бы Билл Гейтс предложил мне хотя бы 0,01 % от своего состояния, я бы не оскорбился.

Но, как всегда, все непросто, и никаких четких и ясных заключений здесь нет. Скажем, в Индонезии, когда игрокам давали общую сумму \$100 – а там это довольно много, – иные отказывались даже от предложения \$30 (двухнедельный заработок)! Да, люди – странные создания, а иные из них, чего бы мы от них ни ожидали, оказываются еще более странными, чем большинство. В Израиле мы видели недовольных, которым предлагали 150 шекелей из 500! Представьте: на одной чаше весов 150 шекелей, на другой ноль – и

они выбирали ноль! Кажется, это прекрасный момент, чтобы представить недавнее важное открытие в отношении ценностей: 150 больше, чем ничего! Но почему тогда люди делают такой выбор? Тот, кто «отвечает» на предложение, знает, что предлагающий сохраняет 350 шекелей, – и не принимает такого исхода, считая его несправедливым и оскорбительным. Лучше он останется ни с чем – но так ему спокойнее. В прошлом математики как-то не уделяли внимания тому, как проявляется в людях чувство справедливости. Теперь – уделяют.

Ультимативная игра завораживает и социологов: она показывает, что люди не желают мириться с несправедливостью, и ярко проявляет то, сколь значима честь. Франциско Гиль-Уайт, психолог и антрополог из Пенсильванского университета, выяснил, что в небольших монгольских общинах «предлагающие» склонны делить все поровну, проявляя почтение, хотя и знают, что даже неравно разделенную сумму могут принять почти всегда. Так может, хорошая репутация ценнее экономической выгоды?

Доброе имя лучше дорогой масти...

Еккл. 7: 1

Блаженство неведения

Кстати, никаких столь странных поступков (отказов от

значительных денежных сумм в разовых анонимных играх) никто бы не совершал, если бы те, кому приходилось «отвечать» на предложение, не знали, какая сумма в итоге останется у того, кто «предлагает». Если бы я предложил вам \$100 и не сказал ничего больше (о том, что мне останется \$900, если вы примете мое предложение), вероятно, вы взяли бы деньги и купили бы себе что-нибудь миленькое. Екклесиаст имел все основания сказать: «...во многой мудрости много печали...» (Еккл. 1: 18). Примерно так же израильский писатель Амос Оз отзывался об американском мультфильме, который он когда-то смотрел: там кот бежал, бежал и вдруг оказался над пропастью. И что же сделал кот? Вы видели «Том и Джерри»? Тогда вы знаете ответ: кот так и бежал по воздуху – и только потом, в решающий момент, понял, что под ногами нет опоры, и упал, точно камень. «Отчего он упал так внезапно?» – спрашивал Оз. И ответ был таким: знание. Не зная он, что под ногами ничего нет, пробежал бы по воздуху до самого Китая.

И как нам играть в такие игры? Какое предложение будет лучшим? О, это зависит от многих переменных – включая границы вашего желания рисковать. Универсального ответа нет, ведь это личное дело. И здесь есть еще один важный вопрос: он связан с тем, сколько раз играют в игру. Если только один, то разумная стратегия – согласиться на предложение (если только оно не покажется нам слишком оскорбительным) и на вырученные деньги приобрести книгу, пойти

в кино, купить себе сэндвич или милую шляпку, а может, раздать все на благотворительность – ведь что-то лучше, чем ничего. Но если ультимативная игра повторяется несколько раз – это совсем другое дело.

Ложные угрозы и истинные сигналы

В повторяющейся ультимативной игре часто разумно отказываться даже от больших сумм. Почему? Чтобы научить кое-чему «того парня» и дать ясный сигнал: «Я не дешевка! Сколько ты предложил? \$200? Видишь, я отказался. В следующий раз предлагай больше. Кстати, подумай: может, разделим все поровну? Или уйдешь ни с чем». Увы, ничто не бывает так просто, как кажется. Если некто в первом раунде отказывается от \$200, как предлагать дальше? В этой ситуации есть несколько вариантов, достойных внимания.

Одна идея в том, что следует в самом начале второго раунда предложить \$500 и не огорчать отвечающего. В конце концов, он уже разрушил одну потенциальную сделку, и будет стыдно повторить такое снова. Проблема в том, что «прыжок» с \$200 до \$500 зараз может показаться слабостью того, кто делает предложение. И возможно, тот, кому нужно «отвечать», попытается выжать больше и снова ответит отказом – с расчетом на то, чтобы заставить предлагающего дать ему \$600, \$700 или даже \$800 в предстоящих раундах.

Еще одно возможное решение: если предложенные \$200

отвергнуты, предложите \$190. Где логика? Что же, это сигнал: «Строишь из себя крутого парня? Я круче. Будешь отказываться – стану предлагать на \$10 меньше. Мне денег хватит. Можешь отказываться сколько угодно. Ты потеряешь слишком много, а мне и дела нет».

Какую стратегию в данном случае избрать тому, кто «отвечает»? Если он считает, что предлагающий и правда крут, возможно, следует согласиться. Впрочем, внешняя безжалостность может оказаться и пустой угрозой, так что... И теперь у нас проблема: мы имеем дело с психологией и играми разума, а психология, в которой нет определенностей, с математикой не связана ровным счетом никак.

В любом случае ясно: к разовой игре и к повторяющимся играм стоит относиться по-разному, и игрокам следует применять в них разные стратегии. И все же в некоторых случаях игроки отказываются от больших сумм, поскольку, видимо, не уверены в том, что игра не повторится. В игре «из одного акта» бессмысленно слать сигналы другим: здесь нет кривой обучения. Но, как обычно (мне приходится повторяться), все не так просто, как кажется.

Удовольствие от злорадства

В сентябре 2006 г. я проводил в Гарварде семинар по теории игр. Там был один ученый, и он рассказал мне кое-что интересное. Сейчас известно, что те или иные люди, отверга-

ющие роскошные предложения в однократных ультимативных играх, поступают так по биологическим и химическим причинам. Оказывается, когда мы отвергаем несправедливые предложения, наши железы вырабатывают большую дозу дофамина и дают эффект, сравнимый с сексуальным наслаждением. Другими словами, наказывать врагов за то, что они поступили несправедливо, – это огромное удовольствие. И если нам так нравится отказывать, кому нужны эти жалкие \$20?

О мужчинах, женщинах, сигналах и красоте

Достоевский сказал: «Красота спасет мир». Не знаю, как насчет мира, но важна ли красота в ультимативной игре? Красота, даже если говорить об экономике, завораживает. Например, известен тот факт, что привлекательные люди зарабатывают больше, чем их коллеги, не столь приятные внешне. В 1999 г. Морис Швейцер и Сара Солник изучали влияние красоты на ультимативную игру⁵. Мужчины играли против женщин, *и наоборот*. Это была однократная игра на \$10, и, перед тем как ее начать, представители одного пола выставляли представителям другого оценки по красоте.

⁵ Морис Швейцер и Сара Солник представили итоги своего исследования по влиянию красоты на ультимативную игру в следующей работе: The Influence of Physical Attractiveness and Gender on Ultimatum Game Decisions // Organizational Behaviour and Human Decision Processes. 1991. September. 79:3. P. 199–215.

Главный итог был таким: мужчины не проявляли большей щедрости к прекрасным женщинам (что довольно-таки удивительно), а вот женщины предлагали гораздо больше тем мужчинам, которых находили симпатичными. Иные доходили даже до того, что предлагали \$8 или все \$10, выделенные на игру! По сути, на Западе это был единственный эксперимент такого рода, где среднее предложение составило больше половины общей суммы. Как это объяснить? Мне кажется, женщины, даже зная, что игра будет однократной, все равно настраивались на повторяющиеся игры, и хоть мужчины не очень хорошо воспринимают намеки, значение «свидания на один раз» они понимают прекрасно. Женщины явно пытались подать интересующим их мужчинам сигнал: «Смотри, я отдала тебе все, что у меня было. Почему бы потом не угостить меня чашечкой кофе?» – и на самом деле пытались развить однократную игру в серию игр. Именно об этом чудесно писала Джейн Остин: «Какой стремительностью обладает женское воображение! Оно перескакивает от простого одобрения к любви и от любви к браку в одну минуту»⁶⁷.

Я считаю, что, сделав шаг за границы игры, женщины показали их стратегическое и креативное преимущество над мужчинами. Женщину волнуют долговременные последствия ее поведения, а это важное и самое желанное

⁶ «Гордость и предубеждение», пер. с англ. И. Маршака.

⁷ *Austen Jane. Pride and Prejudice. Volume 1. Chapter 6.*

качество в принятии решений. И именно поэтому неудивительно, что в ходе масштабного исследования, проведенного недавно Институтом мировой экономики Петерсона, ученые выяснили, что компании, где большую часть главенствующих постов занимают женщины, более рентабельны. Равенство полов – это не только вопрос справедливости. Это еще и ключ к развитию бизнеса.

Судебный ультиматум

Пример ультимативной игры, в которую играют в суде, – случай «принудительного лицензирования». Когда у кого-то появляется оригинальная идея, он может зарегистрировать ее как патент – иными словами, получить лицензированную монополию и не позволить никому другому пользоваться его изобретением. Но монополия, созданная законом для того, чтобы побуждать людей вносить вклад в общество и изобретать новые и лучшие вещи, может и причинить вред – если ее обладатели не позволят другим использовать этот патент, особенно когда возможностей применить товар очень много. (Не так давно Мартин Шкрели, исполнительный директор Turing Pharmaceuticals, всего за день поднял цену на «Дараприм», противопаразитарный препарат, которым обычно лечили пациентов с ВИЧ, с \$13,50 до \$750 за таблетку.) В таких случаях люди, желающие использовать патент, могут обратиться в суд с просьбой выдать им принудительную лицен-

зию – и избавиться от необходимости обращаться за разрешением к изобретателю. Изобретатели, которые боятся подобного исхода, не будут устанавливать неразумные цены. Они стремятся к таким сделкам, при которых, возможно, и не сохранят всей выгоды, какую, по их мнению, могли бы получить со своего изобретения, – но лицензию они при этом сохраняют. И им, словно игрокам в ультимативной игре, всегда нужно помнить о том, что иногда приходится согласиться на меньший выигрыш, который все же лучше, чем ничего.

Когда реальность с математикой едины

В другой версии ультимативной игры несколько человек предлагают разделить общую сумму по-разному. Тот, кто «отвечает», может выбрать одно предложение, а остаток уходит тому, кто «предлагал». Здесь реальность и математика едины. В математическом решении некто предлагает всю сумму целиком – это будет равновесие Нэша (позже мы о нем поговорим, но вкратце это означает, что если сумма в игре составляет \$100 и кто-либо из игроков предлагает ее, то никто не может предложить ничего лучше – все суммы будут меньше, и тот, кто отвечает на предложение, естественно, отвергнет все остальные). На самом деле, когда люди хотят, чтобы их предложение приняли, и боятся, что другие предложат больше, они склонны предлагать *почти всю сумму*.

Игра в диктатора

Есть еще одна версия ультимативной игры. В ней только два игрока, и тот, кто вносит предложение, «диктатор», обладает полным контролем, а тот, кто принимает или отвергает предложение, должен принять любой предложенный вариант – и, по сути, представляет собой «пустое место». Согласно математическому решению, предлагающий просто берет всю сумму и уходит. Как вы уже, наверное, догадались, стандартные экономические предпосылки – это весьма неточный способ предсказать реальное поведение. Очень часто всю сумму не удерживают: «диктаторы» склонны давать другому игроку какую-то часть денег (иногда они дают довольно большие суммы, а порой даже делят сумму поровну). Зачем? Чему это учит нас о человеческой природе? Какая здесь связь с альтруизмом, добротой, честностью и самоуважением? Об этом я знаю не больше вас.

4. Игры, в которые играют люди

В следующей главе мы узнаем о нескольких играх – и забавных, и познавательных, расширим наш игровой лексикон, узнаем кое-что новое и поучимся тому, как мыслить стратегически, а помимо этого познакомимся с тем, кого я считаю «Стратегом года». Итак, играем!

Игра 1. Пиратская забава

«Доверять ненадежным можно всегда. Ты всегда можешь положиться на то, что они ненадежны. А вот надежным... о, им ни в коем случае нельзя доверять».

Капитан Джек Воробей. «Пираты Карибского моря»

Банда пиратов после тяжелого рабочего дня возвращается домой и несет 100 золотых дублонов, которые предстоит разделить между пятью лучшими пиратами: это Эйб, Бен, Кэл, Дон и Эрн. Эйб – глава банды, а Эрн – подчиненный самого низкого ранга.

Несмотря на иерархию, группа демократична, и именно потому добычу решают делить по следующему принципу. Эйб предлагает формулу распределения, и все пираты (включая его самого) за нее голосуют. Если большинство ее одобряет, идея воплощается в жизнь – и все, конец игры; а

если нет, то Эйба бросают в океан (даже пираты-демократы довольно непокорны). И если Эйба больше с нами нет, настает очередь Бена. Он предлагает, пираты голосуют снова. Обратите внимание: теперь возможно равенство голосов. Предположим, что в таком случае предложение отвергается, а того, кто его выдвинул, бросают в океан (хотя есть и другая версия игры, при которой за предложившим остается право решающего голоса). Итак, если предложение Бена получает одобрение большинства пиратов, его идею воплощают в жизнь; если нет, его бросают в океан, и свое предложение для коллектива (уже не столь большого) будет выдвигать Кэл. И так далее.

Игра продолжается до тех пор, пока какое-либо предложение не примут большинством голосов. Если этого не случится, Эрн остается последним пиратом и забирает все 100 дублонов.

Прежде чем читать дальше, пожалуйста, остановитесь и немного подумайте о том, чем должна закончиться эта игра. И учтите: пираты умны и жадны.

Математическое решение

Математики решают этот вопрос при помощи «обратной индукции» – идут от конца к началу. Предположим, что мы находимся на той стадии игры, когда отвергнуты идеи и Эйба, и Бена, и Кэла – да, Кэл тоже подкачал. Остались только Дон и Эрн, и теперь решение очевидно: Дон должен предло-

жить Эрну забрать все 100 дублонов – или тоже отправиться на свидание к акулам (напомним, равенство голосов означает, что предложение провалено), которое долго не продлится. Дон – умный пират и предлагает Эрну забрать всю добычу.

| | |
|-----|-----|
| Дон | Эрн |
| 0 | 100 |

Кэл тоже умен и знает, что именно таким будет финал игры (если до него дойдет, чего сам Кэл надеется любой ценой избежать). Более того, он знает, что ему нечего предложить Эрну – ведь интерес Эрна именно в том, чтобы любыми средствами до этого финала добраться. Впрочем, Кэл может помочь Дону и улучшить *его* положение – по сравнению с тем, что случится, если Дон останется один на один с Эрном. И Кэл может сделать так, чтобы Дон проголосовал за него, предложив ему один дублон (в этом случае Дон отдаст свой голос за идею Кэла, сам Кэл проголосует за себя, и вместе они составят большинство). Итак, при трех игроках монеты распределяются так: Кэл – 99, Дон – 1, Эрн – 0.

| | | |
|-----|-----|-----|
| Кэл | Дон | Эрн |
| 99 | 1 | 0 |

Естественно, Бен понимает все эти калькуляции. Он знает, что не может ничем улучшить положение Кэла, но вот Дону и Эрну он может сделать предложение, от которого те не смогут отказаться. И выглядит все так: Кэлу не достается ничего, Эрн получает 1 монету, Дон – 2, а Бен забирает оставшиеся 97.

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| Бен | Кэл | Дон | Эрн |
| 97 | 0 | 2 | 1 |

И теперь мы переходим к той стадии, когда легко увидеть, как должен действовать Эйб (он – главарь, и он очень опытен в дележе добычи). Эйб предлагает вот что. Он забирает 97 монет, не дает ни гроша Бену (которого не купить ни при каких раскладах), дает 1 монету Кэлу (это лучше, чем 0 монет, а именно столько получит Кэл, если Эйб отправится в плавание и право хода уйдет к Бену); Дон тоже не получает ничего; а Эрну достаются 2 монеты (купить голос Эрна легче, чем голос Дона). Это предложение одобряют трое пиратов, против него выступают двое – и морские разбойники отправляются грабить корабли до тех пор, пока не обмелеют все моря.

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Эйб | Бен | Кэл | Дон | Эрн |
| 97 | 0 | 1 | 0 | 2 |

Последнее распределение кажется довольно странным. Придем ли мы к нему, если в таком же положении окажутся пять студентов-математиков? А что насчет эксперимента с пятью аспирантами-психологами? Как все эти возможности разрешат они?

Позволено ли игрокам вступать в союзы и заключать сделки? И если так, на что будет похожа игра? Математическое решение всегда предполагает, что все игроки разумны и рациональны – но разумно ли делать такое допущение? Рационально ли это? (Я не раз наблюдал за этой игрой и никогда не видел, чтобы участники делили деньги в соответствии с математическим решением. К чему бы это?) Математическое решение игнорирует важные эмоции: зависть, обиду, злорадство при виде чужих страданий... Могут ли чувства изменить математический расчет?

В любом случае, хотя распределение Эйба – 97, 0, 1, 0, 2 – математически справедливо, я бы посоветовал ему проявить великодушие и предложить сотоварищам-пиратам разделить добычу так: 57, 10, 11, 10, 12 (то есть «накинуть» каждому еще по десятке из своей доли в 97 монет). Есть надежда, что так команда будет довольна и мятежа не произойдет.

И если «Пиратская забава» – версия ультимативной игры для многих игроков – кажется вам странной, то что вы скажете о следующей игре?

Игра 2. Богатый покойник

Умирает старик-богач. У него двое детей – Сэм и Дэйв⁸. Братья на дух не переносят друг друга. Они уже десять лет не виделись и не общались и только сейчас встречаются в доме отца, чтобы услышать его последнюю волю и прочесть завещание.

Нотариус вскрывает конверт и зачитывает необычный документ. Оказывается, отец оставил сыновьям миллион и десять тысяч долларов – и ряд вариантов того, как те могут делить эти деньги.

Вариант первый: Сэм, старший брат, может взять себе \$100, дать младшему брату \$1, а остальное раздать на благотворительность (да, это будет очень милосердно!).

Сэм
100

Дэйв
1

Сэм не обязан соглашаться и может передать право дела младшему брату. Если деньгами распоряжается Дэйв, он забирает \$1000, Сэм получает \$10, а остальное уходит на благотворительность. Это второй вариант.

⁸ Эта история основана на знаменитой игре «Сороконожка», которую впервые представил в 1981 г. Роберт Розенталь.

| Сэм | Дэйв |
|-----|------|
| 100 | 1 |
| 10 | 1000 |

Но от такого, при желании, может отказаться и Дэйв – и право владения снова переходит к Сэму, а деньги делят так: Сэм забирает \$10 000, отдает Дэйву \$100, а остальное... ну, вы поняли.

| Сэм | Дэйв |
|-------|------|
| 100 | 1 |
| 10 | 1000 |
| 10000 | 100 |

Впрочем, теперь (да, это вы тоже поняли) Сэм снова не обязан соглашаться. У него есть право отдать «ход» Дэйву, а тому позволено разделить деньги так: забрать себе \$100 000, отдать Сэму \$1000, а остаток, ставший уже чуть меньше, направить на милосердные дела.

| Сэм | Дэйв |
|--------|---------|
| 100 | 1 |
| 10 | 1000 |
| 10 000 | 100 |
| 1000 | 100 000 |

Но и это не вырезано на скрижалях. Дэйв может решить, что позволит Сэму снова делить деньги, но тогда все пройдет так: Сэм заберет \$1 млн себе, \$10 000 оставит ненавистному брату, а на дела милосердия не пойдет ничего.

| Сэм | Дэйв |
|-----------|---------|
| 100 | 1 |
| 10 | 1000 |
| 10 000 | 100 |
| 1000 | 100 000 |
| 1 000 000 | 10 000 |

И как думаете, что случится? Опять же, разрешить этот

вопрос нам поможет обратная индукция. Кто угодно поймет, что игра никогда в жизни не продлится до последнего пятого раунда: Дэйв не позволит Сэму забрать миллион, поскольку это снизит его личную выгоду со \$100 000 до \$10 000. Сэм это знает и ни за что не позволит игре дойти до четвертого раунда, в котором он получает только \$1000 – вместо \$10 000, которые достаются ему в третьем раунде. Продолжите сами, и вы увидите: игра не дойдет даже до третьего раунда... да и до второго она тоже не дойдет. Это поражает, но, если предположить, что оба брата принадлежат к одному виду, *Homo economicus statisticus* (то есть они способны производить расчеты и стремятся к собственной выгоде), игра закончится на первом же раунде: Сэм забирает \$100, дает Дэйву \$1, а остальная огромная сумма идет на благие дела (плохие намерения могут привести к благому исходу, а братья потом, возможно, обретут награду на небесах). Это математическое решение: \$100 для Сэма, \$1 для Дэйва и очень много денег на милосердие.

Есть ли в этом логика? Решите сами.

Игра 3. Яд и шоколад

Это довольно простая игра, более известная как «Хрум!» (Chomp!). За ее формулировку с плитками шоколада, которую использую я, мы в долгу перед ныне покойным американским математиком Дэвидом Гейлом. В нее иг-

рают на шахматной доске, каждая клеточка которой сделана из шоколада, но при этом крайняя левая клетка содержит смертельный яд. Вот правила.

Игрок, делающий первый ход, ставит отметку X на одной из клеток, выбирая ее по желанию.

| | | | | |
|----|--|---|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | X | | |
| | | | | |
| Яд | | | | |

После этого все клетки, расположенные и справа, и сверху от клетки с отметкой X, получают такую же отметку.

| | | | | |
|----|--|------------|---|---|
| | | X | X | X |
| | | X | X | X |
| | | Исходный X | X | X |
| | | | | |
| Яд | | | | |

Теперь очередь второго игрока. Он отмечает какую-либо из клеток, оставшихся свободными, как О. Как только это произойдет, все пустые клетки справа и сверху от нее тоже получают такую отметку.

| | | | | |
|----|--|------------|---|---|
| | | X | X | X |
| | | X | X | X |
| | | Исходный X | X | X |
| | | | O | O |
| Яд | | | O | O |

Потом первый игрок снова ставит отметку X, отчего такую же получают помеченная клетка и все клетки справа и сверху от нее (если таковые есть), а второй игрок ставит очередную отметку O – на выбранную клетку и все клетки справа и сверху от нее (если таковые есть). Игра длится до тех пор, пока кому-либо из игроков не придется выбрать яд, тогда он проигрывает и умирает (конечно же метафорически).

С радостью приглашаю вас сыграть в эту игру на доске 7×4 (7 рядов и 4 колонки, или наоборот).

Если играть в эту игру на квадрате (с равным числом рядов и колонок), то есть стратегия, следуя которой игрок, делающий первый ход, всегда побеждает. Сможете ее найти? Возьмите три минуты на размышление.

Решение: Пусть в игру играют Джоан и Джилл. Если Джоан ходит первой, она должна придерживаться следующей

стратегии – и непременно одержит победу. На первом ходу она должна выбрать клетку, расположенную справа по диагонали от клетки с пометкой «Яд».

| | | | | |
|----|------------|---|---|---|
| | X | X | X | X |
| | X | X | X | X |
| | X | X | X | X |
| | X Джоан | X | X | X |
| Яд | | | | |

Теперь все, что ей нужно делать, – это симметрично повторять ходы противника; иными словами, делать тот же ход, что и Джилл, только на противоположной стороне доски. Картинка, приведенная ниже, объяснит это лучше всяких слов.

| | | | | |
|---------------------|------------|---|------------------|---|
| О | Х | Х | Х | Х |
| О Выбор Джилл | Х | Х | Х | Х |
| | Х | Х | Х | Х |
| | Х Джоан | Х | Х | Х |
| Яд | | | Х Ответ Джоан | Х |

То, как победить в этой игре, теперь должно быть совершенно ясно.

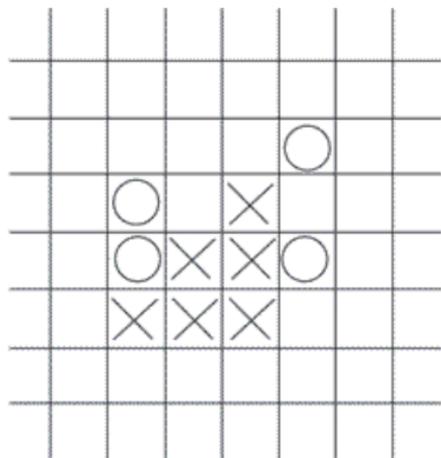
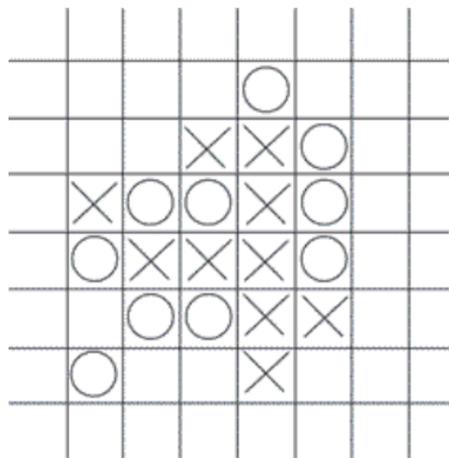
Все становится намного сложнее, если играть на прямоугольнике. Но и тогда можно доказать, что у игрока, делающего первый ход, есть выигрышная стратегия, проблема только в том, что доказательство не определяет ее точно. В математике такой вид доказательств называют «неконструктивным доказательством существования».

Игра 4. Старики не играют!

Одним из самых ценных навыков, которые я получил в средней школе в родном Вильнюсе, столице Литвы, было умение играть в стратегические игры на листочке бумаги, в классе, тайком от учителей. Мне очень нравилась «бесконеч-

ная» версия «крестиков-ноликов»: они часто помогали мне выжить на скучных уроках.

Думаю, большинству знакома классическая версия игры с полем 3×3 . Шестилеток она приводит в восторг. Дети постарше и взрослые, как правило, сводят все поединки вничью, если только один из игроков не уснет на середине партии (это имеет смысл, игра все-таки скучная). Впрочем, в «бесконечной» версии игра проходит на поле с бесконечной решеткой, а цель – выстроить последовательность из пяти крестиков или ноликов, которая, как и в обычной игре, может быть горизонтальной, вертикальной и диагональной. Игроки по очереди ставят на клетки поля X или O (по предварительному соглашению), и первый, кому удастся сформировать «пятерку», побеждает.



На рисунке слева игрок, выбравший «крестики», уже победил.

На рисунке справа ход игрока, выбравшего «нолики», – но он ничем не может помешать противнику одержать победу. Видите почему?

В те далекие школьные дни я верил в то, что сам изобрел эту игру, но со временем, в должный час, понял, что я далек от правды. Оказалось, сходная игра под названием гомоку была на протяжении многих лет очень популярна в Японии и Вьетнаме. «Го» в переводе с японского означает «пять». Хотя в гомоку иногда играют на той же доске, что и в древнюю игру го, эти две игры не связаны. Го – старинная китайская игра, она даже упоминается в «Анналах» Конфуция, но на Западе с ней познакомились благодаря японцам, и потому она известна под японским названием.

Пусть я и обрел немалый опыт, играя в «бесконечную» версию «крестиков-ноликов» на нескончаемых уроках или переменах (на переменах веселья меньше, потому что играть разрешено), я все еще не уверен ни в том, есть ли в ней оптимальная стратегия для игрока, который начинает игру (игрок, выбравший «крестики»), ни в том, всегда ли игра заканчивается вничью (то есть не заканчивается никогда), если в нее играют двое сильных игроков. Впрочем, я готов даже заключить пари на то, что выигрышная стратегия существует. Когда я выйду на пенсию и у меня будет много свободного времени, я постараюсь найти ее для игрока, делающего пер-

вый ход.

И все-таки, если уж быть честным до конца, я должен сказать, что не играл в «крестики-нолики» уже несколько десятков лет и вспомнил о них, только когда писал эту книгу. А поскольку мои планы на то, чтобы вновь уделить внимание стратегическим аспектам этой игры, рассчитаны на очень долгий срок, прошу – будьте первыми, найдите эту стратегию и сберегите мне время и силы.

Игра 5. У соседа конверт зеленее

Представьте такую ситуацию. Мне дают два конверта с наличными и говорят, что в одном из них денег в два раза больше, чем в другом. Я могу выбрать себе любой, какой хочу, и забрать его.

Предположим, я выбираю конверт, открываю его и нахожу внутри \$1000. Поначалу я очень доволен, но потом начинаю гадать: а что же было в другом конверте, который я не выбрал? Конечно, я не знаю. Там могло быть \$2000, и тогда я выбрал плохо, или могло быть \$500. Уверен, вы понимаете, в чем проблема. Я думаю, думаю, и тут: «Несчастный я человек! Ведь в том, другом конверте потенциальных денег в среднем больше, чем у меня в руках! В конце концов, там либо \$2000, либо \$500, шансы равны, в среднем это \$1250, а это больше, чем \$1000. Я свою математику знаю!»

По правде, что бы я ни обнаружил в своем конверте, под-

твердится закон Мерфи: «Все, что может пойти не так, пойдет не так». Другой конверт в среднем всегда будет лучше моего. Если я найду в своем конверте \$400, в другом будет либо \$800, либо \$200, а значит, среднее – \$500. При таком образе мыслей я никогда не смогу выбрать верно. Выгода в оставшемся конверте всегда будет на 25 % больше моей. Так может, лучше переменить решение – если мне предложат такой вариант, прежде чем я смогу увидеть, что там, в другом конверте? Если я сделаю так, то начну «бесконечную петлю». Но почему такой простой выбор стал столь сложным?

История, которую я вам рассказал, – это знаменитый парадокс, и впервые его представил бельгийский математик Морис Крайчик (1882–1957). Впрочем, его история была о галстуках. Двое спорили о том, чей галстук лучше, и попросили третьего, ведущего галстучного эксперта Бельгии, выступить в роли судьи. Тот согласился, но при условии, что победитель отдаст свой галстук проигравшему в качестве утешительного приза. Владельцы недолго думая согласились, ведь каждый решил: «Не знаю, лучше ли мой галстук. Я могу его лишиться, но могу и приобрести лучший, так что эта игра мне на пользу, как и пари». Как мог каждый из соперников поверить в то, что преимущество на его стороне?

В 1953 г. Крайчик предложил иную версию истории, задействовав в ней двух других поссорившихся бельгийцев. Они галстуков уже не носили, потому что были так набиты бельгийским шоколадом, что едва могли дышать. Вместо

этого они спорили о том, сколько денег у другого в кошельке, и решили, что тот, кто окажется богаче и счастливее, отдаст свой бумажник бедному противнику. А если все закончится ничьей, оба вернутся к своим шоколадкам.

Опять же, каждому казалось, что преимущество на его стороне. Если случится потерпеть поражение – что же, отдавать все равно придется меньше, чем может принести победа. Что же это – великая игра или нечто иное? Попробуйте сыграть в нее на улице со случайными прохожими и посмотрите, что будет. В 1982 г. Мартин Гарднер сделал эту историю популярной в своей книге «А ну-ка, догадайся»⁹¹⁰ – одной из самых лучших, самых простых и самых увлекательных из всех самых лучших, самых простых и самых увлекательных книг, когда-либо написанных о проницательности и смекалке.

Барри Нейлбаф (профессор менеджмента на кафедре Милтона Стейнбаха в Йельской школе менеджмента), ведущий специалист по теории игр, в своей статье, опубликованной в 1989 г., предложил версию этой истории с конвертом. Возможно, вы удивитесь, но даже сегодня у этой игры нет решения, с которым были бы единодушно согласны все статистики.

⁹ Выходила на русском языке в изд-ве «Мир» в 1984 г. – *Примеч. ред.*

¹⁰ С размышлениями Мартина Гарднера об игре 5 можно ознакомиться по книге: *Gardner Martin. Aha! Gotcha: Paradoxes to Puzzle and Delight.* W. H. Freeman & Co. Ltd, New York, 1982.

Одно из предлагаемых решений подразумевает, что мы противопоставляем среднее геометрическое и среднее арифметическое. Среднее геометрическое – это квадратный корень из произведения двух чисел. Например, среднее геометрическое 4 и 9 равняется квадратному корню из их произведения (результата перемножения обоих чисел) – а именно 6. Итак, если мы нашли в своем конверте X долларов и знаем, что другой содержал $2X$ или $\frac{1}{2}X$, то среднее геометрическое другого конверта будет равняться X – и в точности соответствовать тому, что попало к нам в руки. Логика применения среднего геометрического опирается на тот факт, что мы говорим не о сложении, а об умножении (вдвое больше). Если бы мы сказали, что в одном конверте на \$10 больше, чем в другом, то использовали бы среднее арифметическое, нашли бы его, и никакого парадокса бы не возникло, ведь в нашем конверте содержится X , а в другом – $X+10$ или $X-10$, и среднее количество денег в конверте, который мы не выбрали, равняется X .

Студенты, изучающие теорию вероятностей, сказали бы: «Вам не найти равномерное распределение для множества рациональных чисел». Впечатляет?

Если вы не понимаете, что это значит, превосходно! Лучшая версия этого парадокса не имеет никакого отношения к вероятностям. Она появляется в книге «Сатана, Кантор и бесконечность», прекрасном произведении (с прекрасным названием, правда?) Рэймонда Смаллиана, американского

математика, философа, классика-пианиста и фокусника¹¹. Смаллиан представляет две версии парадокса:

1. Если в вашем конверте B банкнот, то вы либо получите B , либо потеряете $\frac{1}{2}B$, заменив этот конверт другим. Следовательно, вам следует их поменять.

2. Если конверты содержат соответственно C и $2C$, а вы решаете заменить один на другой, то вы либо получите C , либо потеряете C , так что шансы равны и вы можете получить столько же, сколько рискуете потерять.

Вы в растерянности? Я тоже.

В любом случае многие пессимистично заявляют, что здесь нет никакого парадокса, просто такова жизнь, и не имеет значения, что вы сделаете или куда пойдете: лучше всегда будет там, где нас нет. Например, если вы в браке – возможно, вам следовало никогда в него не вступать. В конце концов, как писал Чехов: «Если боитесь одиночества, то не женитесь». И все же, если решите остаться в одиночестве, вы снова неправы. В Библии слова «не хорошо» впервые встречаются в Книге Бытия: «...не хорошо быть человеку одному...» (2: 18). Это не я сказал, а Господь Бог.

¹¹ *Smullyan Raymond M. Satan, Cantor, and Infinity: And Other Mind-Boggling Puzzles.* Alfred A. Knopf, New York, 1992; Dover Publications, 2009.

Игра 6. Золотые шары

«Золотые шары» (Golden Balls) – британское телевизионное шоу, выходившее в эфир с 2007 по 2009 г. Не будем вдаваться в детали правил и ходов, но на последней стадии игры двое оставшихся игроков должны договориться о том, как разделить между собой определенную сумму денег. У каждого игрока – два шара с наклейками: на одном написано SPLIT («Дележ»), на другом – STEAL («Кража»). Если оба решают выбрать «Дележ», деньги делят поровну; если оба выбирают «Кражу», то остаются ни с чем; а если их выбор не совпадает, тогда приз забирает тот, кто выбрал «Кражу». Сперва игроки могут обсудить то, как им поступить, – и только потом делать выбор.

| | Дележ | Кража |
|-------|-------------------|-----------|
| Дележ | ($X/2$, $X/2$) | (0, X) |
| Кража | (X , 0) | (0, 0) |

С первого же взгляда на таблицу, основанную на правилах игры, совершенно ясно одно: если каждый думает лишь о своей выгоде, то «Кража» лучше, чем «Дележ». Но есть проблема: если каждый из игроков думает только о себе, про-

игрывают оба. (Да, это в какой-то мере похоже на «Дилемму заключенного», о которой вы, возможно, уже знаете. Эту знаменитую дилемму мы обсудим позже.)

В большинстве случаев игроки пытаются убедить друг друга выбрать «Дележ», и иногда это срабатывает. На YouTube немало записей игры с душераздирающими сценами, когда игроки, доверявшие противнику, выбирали «Дележ» – лишь для того, чтобы жестоко обмануться.

Однажды игрок по имени Ник применил неожиданный подход. Он сказал своему сопернику Ибрагим, что выберет «Кражу», и умолял того решиться на «Дележ», обещая разделить деньги (в этом случае приз £13 600) между ними после того, как игра окончится. Ибрагим не мог поверить своим ушам: Ник снова и снова обещал сжульничать! Но почему тогда он говорил об этом заблаговременно? Да потому, говорил Ник, что я принципиально честен! «Будет тебе твоя половина, Ибрагим! Выбери “Дележ”, а то проиграешь! – говорил Ник. – Тебе все только на пользу!» В этот момент игроков попросили прекратить диалог и взять шар.

Ибрагим выбрал «Дележ» – но то же самое сделал и Ник! Почему? Просто он был на все сто уверен, что убедил Ибрагима! Так к чему лишние проблемы? Зачем делить деньги после игры? Делим прямо сейчас!

Остается лишь признать, что Ник, вероятно, был достоин звания «Стратег года».

Эта игра посвящена не только стратегиям переговоров, но

и доверию между игроками.

Игра 7. Шахматные лабиринты

(Все, что написано ниже, предназначено только для любителей шахмат и математики.)

Многие считают, что теория игр появилась в 1944 г., с выходом в свет каноничной книги «Теория игр и экономическое поведение», авторами которой стали великий математик Джон фон Нейман (1903–1957) и экономист Оскар Моргенштерн (1902–1977). (Впрочем, проблемы, к которым обращается теория игр, в той или иной мере существовали с начала времен. Первые примеры можно обнаружить в Талмуде, в трактате Сунь Цзы «Искусство войны» и в произведениях Платона.)

Но все же некоторые склонны полагать, что теория игр – как дисциплина – зародилась в 1913 г., когда немецкий математик Эрнст Цермело (1871–1953) представил свою теорему о шахматах, «игре королей»: «Либо белые могут форсировать выигрыш, либо черные могут форсировать выигрыш, либо обе стороны могут по крайней мере форсировать ничью». Другими словами, он утверждал, что существует всего три варианта:

1. У белых есть стратегия, следование которой всегда ведет к победе.

2. У черных есть стратегия, следование которой всегда ведет к победе.

3. И у белых, и у черных есть сочетание стратегий, следование которым всегда ведет к ничьей.

Помню, когда я впервые прочел эту теорему, то подумал (со своим обычным сарказмом): «Ух ты! Как умно... и как ново... Немецкий знаток говорит мне, что победят либо белые, либо черные, либо все кончится ничьей. А я-то думал, тут столько вариантов...» И только вчитавшись в строки доказательства, я понял, в чем именно состоит теорема.

По сути, Цермело доказал, что игра в шахматы неотличима от имеющей предел (3×3) игры в «крестики-нолики». Мы уже упоминали: если в партии в «крестики-нолики» оба игрока не сошли на время с ума (да, иногда такое бывает), все игры всегда закончатся вничью. Иного варианта нет. Даже те, кто раз за разом проигрывает в «крестики-нолики», в конце концов сумеют понять, как не проигрывать никогда, и это превратит игру, и так не особо захватывающую, в нечто столь же скучное, как чтение книги с белыми страницами без текста.

Цермело сумел доказать, что шахматы (и многие другие игры) представляют собой практически те же «крестики-нолики» и отличие – не в качестве, а в количестве.

В шахматах «стратегия» – это набор ответов на любое положение, какое только может возникнуть на доске. Ясно, что

у двух игроков может быть огромное множество стратегий. Отметим стратегии белых (первого игрока) буквой S, а стратегии его противника – буквой T. Как мы уже сказали, теорема Цермело говорит о существовании лишь трех вариантов: либо у белых есть стратегия (назовем ее S4), при которой они побеждают всегда, независимо от действий черных... (W = победа белых; B = победа черных; X = ничья)

| | S1 | S2 | S3 | S4 | ... | Sn |
|-----|----|----|----|----|-------|----|
| T1 | B | W | B | W | | B |
| T2 | B | X | B | W | | W |
| T3 | W | W | B | W | | W |
| T4 | B | W | W | W | | W |
| ... | | | | | W...w | |
| Tm | B | B | W | W | | X |

либо у черных есть стратегия (назовем ее T3), при которой они побеждают всегда, независимо от действий белых...

| | S1 | S2 | S3 | S4 | ... | Sn |
|-----|----|----|----|----|-----|----|
| T1 | W | X | W | B | | W |
| T2 | B | B | B | W | | B |
| T3 | B | B | B | B | | B |
| T4 | W | W | B | W | | X |
| ... | | | | | ... | |
| Tm | W | W | X | W | | B |

либо у обоих игроков есть сочетание стратегий, которые

при следовании им неизменно приведут к ничьей¹² (как при игре в «крестики-нолики»):

| | S1 | S2 | S3 | S4 | ... | Sn |
|-----|----|----|----|------|------|----|
| T1 | W | B | X | X | | W |
| T2 | B | B | X | X | | B |
| T3 | X | X | X | X | X... | X |
| T4 | W | W | B | X | | W |
| ... | | | | X... | | |
| Tm | B | B | W | X | | W |

Если все именно так, зачем же люди тогда играют в шахматы? И более того, почему это интересно? Истина вот в чем: когда мы играем партию или наблюдаем за ней, мы не знаем, с каким из трех случаев столкнулись. Возможно, в будущем суперкомпьютеры и смогут найти верные стратегии, но мы еще и близко не подошли к этой стадии, и именно поэтому игра по-прежнему столь увлекает. По словам американского математика и криптографа Клода Шеннона (отца «теории информации»), в шахматах существует более 10^{43} возможных позиций, не противоречащих правилам. Взгляните на это число:

¹² Факт кажется очевидным, но на деле возникают вопросы, например, о том, существуют ли циклы из стратегий, побеждающих друг друга, когда стратегия белых B1 обыгрывает стратегию черных Ч1, в свою очередь Ч1 обыгрывает B2, та обыгрывает Ч2, а она в свой черед побеждает B1. Также важен тот факт, что игра является конечной. – *Примеч. ред.*

10 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000

Ого! Многие думают, что временные рамки, необходимые компьютеру для проверки всех вариантов в шахматах, выходят за пределы возможностей самых современных технологий.

Как-то за ланчем мы разговорились с Борисом Гельфандом, финалистом чемпионата мира по шахматам 2012 г. И я сказал, что сам играю не то чтобы очень, но при этом не так давно мог обыграть любую программу – а сейчас компьютеры выигрывают у меня так быстро, что даже стыдно. И он ответил, что пропасть между игроками-людьми и компьютерами с каждым днем становится все больше и дела складываются не в нашу пользу. Сегодня, добавил он, компьютерные программы легко могут превзойти сильнейших игроков, и разрыв столь велик, что матчи формата «человек против машины» уже не представляют никакого интереса. В шахматах люди потерпели жестокое поражение. В наши дни, заключил гроссмейстер Гельфанд, играть с мощными компьютерными программами (известными как «движки») – это примерно как бороться против медведя гризли... просто поверьте, не стоит вам этого делать.

Игры в формате «люди против людей» намного интереснее.

В наше время, когда в шахматы играют гроссмейстеры, иногда выигрывает тот, кто делает первый ход, иногда – тот, кто отвечает на этот ход, а бывает и так, что игра закан-

чивается вничью. Игроки и теоретики, как правило, согласны в том, что у белых, делающих первый ход, есть небольшое преимущество. Статистики поддерживают этот взгляд: белые последовательно выигрывают чуть чаще черных, примерно в 55 % всех матчей.

Игроки уже долго спорят о том, чем обернется исход идеальной игры – неизменной победой белых или ничьей. Они не верят в то, что существует выигрышная стратегия за черных (впрочем, несмотря на это широко распространенное мнение, венгерский гроссмейстер Андраш Адорьян, напротив, полагает, что идея о начальном преимуществе белых всего лишь заблуждение).

Я уже оставил шахматы и так и не достиг в них успеха, но если мне будет позволено высказать свою догадку, то она такова: когда оба игрока делают верные ходы, партия всегда закончится ничьей (как при игре в «крестики-нолики»). В будущем компьютеры смогут проверить все уместные варианты и решить, прав ли я в своем предположении.

Довольно интересно, что ученые все еще не могут прийти к согласию в том, каково истинное значение теоремы Цермело. Изначально она была написана на немецком языке, а если вы читали научные или философские тексты на немецком (прекрасный пример – труды Гегеля), то вряд ли удивитесь и тому, что смысл теоремы туманен (о, как же нам повезло, что сейчас язык науки – английский!).

Свет! Камера! Мотор!

Кейнсианский конкурс красоты

Представьте, что редакция газеты проводит конкурс, в котором участникам предъявляют двадцать фотографий и просят выбрать самое привлекательное лицо. Те, чей «избранник» наберет большинство голосов, получают право на приз – пожизненную подписку на газету, кофемашину и почетный значок.

Как играть в такую игру? Предположим, мне больше всех понравилось фото № 2. Следует ли отдать за него свой голос? Да – если я хочу, чтобы о моем мнении узнали. И нет – если я хочу подписку, кофемашину и значок.

Великий английский экономист Джон Мейнард Кейнс (1883–1946) описал версию такого конкурса в 12-й главе своей книги «Общая теория занятости, процента и денег» (1936). По мысли Кейнса, если мы хотим выиграть приз, нужно догадаться, какую фотографию одобрит большинство читателей. Это степень бакалавра софистики. Но, если мы еще более искушены, нам следует перейти сразу к степени магистра – и попытаться догадаться, какие снимки, по мнению других участников, будут наиболее привлекательными *не для них самих, а для других*. Как высказался об этом Кейнс, нам необходимо «посвятить свои мысленные усилия

предвосхищению того, каким, по ожиданиям среднестатистического мнения, окажется это самое среднестатистическое мнение». Естественно, мы можем перейти на следующий уровень, и так далее.

Конечно же Кейнс говорил не о фотографиях, а об игре на фондовой бирже, где, как он считал, все поступали примерно так же. В конце концов, если мы намерены купить акции потому, что считаем, будто они хороши, – это подход далеко не лучший. Мудрее держать деньги под матрасом или на сберегательном счете. Цена акций поднимается не тогда, когда они хороши, а когда многие верят в то, что они хороши, – или когда многие, по мнению многих, верят в то, что эти акции хороши.

Хороший пример – цена акций Amazon. В 2001 г. они стоили дороже, чем акции всех остальных книготорговых фирм Америки, – причем Amazon к тому времени не заработала еще ни доллара. Но почему так было? Просто многие, по мнению многих, верили в то, что компания Amazon будет компанией Amazon.

Приведенная ниже игра – хороший пример идеи Кейнса. Аллен Леду многое сделал для того, чтобы популярность обрела именно эта версия, которую он опубликовал во французском журнале *Jeux et Stratégie*¹³ в 1981 г.

¹³ «Игры и стратегия» (*фр.*).

«Угадайка» от Алена Леду

В комнате группа людей. Каждого просят загадать число от 0 до 100. После этого устроитель игры находит среднее арифметическое выбранных чисел и умножает его на 0,6. Итог умножения становится целевым числом. И игрок, загадавший число, самое близкое к этому итогу, выигрывает «мерседес» (они тогда продавались с неплохой скидкой).

Какое число выберете? Подумайте немного.

Есть два способа выбора: нормативный и позитивный.

В нормативной версии, которая предполагает, что все игроки разумны и рациональны, следует выбрать ноль. И вот почему. Если предположить, что люди выбирают числа случайным образом, то ожидаемое среднее равняется 50. Значит, чтобы победить, проводим быстрый расчет: $50 \times 0,6 = 30$ – выбор, кажется, ясен! Но постойте! Что, если каждый это поймет? Тогда средним будет 30. Получается, нужно выбрать 18? ($30 \times 0,6 = 18$.) А если все прознают и об этом? Тогда средним будет 18, а нам нужно выбрать 10,8. ($18 \times 0,6 = 10,8$.) Конечно же на этом история не кончается, и, если мы продолжим в том же духе, мы в конце концов дойдем до нуля.

Стратегия выбора нуля – это равновесие Нэша (с этой мегазнаменитой концепцией мы встретимся в следующей главе), и вот в чем заключается ее смысл: как только я понимаю, что все выбрали ноль, мне нет смысла поступать иначе.

Выбор ноля – нормативная рекомендация; иными словами, это рациональный выбор, если мы верим в то, что все остальные разумны и рациональны. Но что нам делать, если это не так?

Позитивный подход к этой игре основан на том, что будет очень трудно угадать, как распределяют числа обычные люди и что роль психологии и интуиции важнее, чем роль математики.

Иногда люди просто не понимают игру. Например, преподаватель кафедры одного из ведущих мировых университетов выбрал 95. Почему? Ведь даже если по какой-то странной причине вы уверены, что все выберут 100, среднее арифметическое составит 100, а значит, самое большое мыслимое число, приводящее к победе, – 60. И все-таки этот странный выбор (95) может стать победным, если все другие участники выбрали еще более странную стратегию и загадали 100.

Один профессор физики однажды объяснил мне, что выбрал 100, чтобы повесить среднее арифметическое и наказать всех своих супер-пупер-умных коллег, выбиравших небольшие числа. «Пусть знают, что жизнь не сахар».

Кстати, я играл в эту игру уже более 400 раз, и ноль выиграл только однажды (в маленькой группе детей с необычайно развитыми математическими навыками). Если группа выбирает малые числа, значит, здесь проблеме уделили больше размышлений, чем в других группах, и учли, что другие тоже могут думать.

Безусловно, число, которое выбирают участники эксперимента, определяют многие и самые разные факторы. На моих уроках экономики студенты справлялись довольно плохо, пока я не понял: им просто не хватает мотивации! Конечно, я не мог выдавать им по маленькому «мерседесу» на каждой игре и потому сказал, что победитель получит надбавку 5 баллов к рейтингу. Их результаты тут же улучшились.

Поиграйте в эту игру с друзьями. И будьте готовы к разочарованиям.

5. Брачный посредник

Пара слов о равновесии Нэша, а также о буйволах, Нобелевской премии и сватовстве – и о связи всех этих явлений

В этой довольно-таки длинной главе мы узнаем о легендарном равновесии Нэша и увидим, как оно проявляет себя в самых разных ситуациях – от стратегии подбора брачных пар до схваток между львицами и буйволами. А кроме того, мы узнаем, как алгоритм, позволяющий найти пары в двух равных группах мужчин и женщин и абсолютно исключаящий измены, завоевал Нобелевскую премию по экономике.

Блондинки в барах

Джон Нэш, великий математик и лауреат Нобелевской премии, и его жена Алисия погибли в аварии 23 мая 2015 г., возвращаясь домой после визита в Норвегию, где Нэш получил престижную Абелевскую премию.

В первой части «Игр разума» – фильме, основанном (весьма вольно) на биографии Джона Нэша, – мы становимся свидетелями такой сцены. Нэш с друзьями сидят в пабе, и тут входят блондинка и несколько брюнеток. Видимо, Рон Ховард, режиссер, не верил в то, что зрители разум-

ны, – и ясно показал, что самой красивой была блондинка, а остальные... ну, остальные были брюнетками (простите меня, но из фильма кадра не выкинешь). Компания бурно обсуждает, как бы подкатить к блондинке, но Нэш, немного подумав, резко всех прерывает и выдает стратегический аргумент. «Наша стратегия неверна, – говорит он (я перефразирую). – Если мы все нацелимся на блондинку, все закончится тем, что мы станем друг другу мешать». Девушка, как правило, не уходит из паба с пятью парнями, уж точно не на первом свидании, и «никому из нас она не достанется. А потом мы пойдем к ее подругам, и они нас отошьют – кому нравится чувствовать себя второсортным? Но что, если никто из нас не подойдет к блондинке? Тогда мы не помешаем друг другу и не оскорбим других девушек – и это единственный путь к победе».

Так говорил Нэш.

Он убедил друзей в том, что подкатывать к блондинке – плохая стратегия; она осталась без ухажера и досталась самому Нэшу – к чему он все это время и стремился. Пока друзья полыхали злобой в уголке паба, не понимая, как они вообще могли попасться на этот крючок, Нэш подошел к красавице, поговорил с ней, даже поблагодарил ее за что-то (возможно, за математическую идею, озарившую его в тот миг?), но вскоре ее оставил. Видимо, создатели фильма собирались представить Нэша таким сумасбродным ученым, которому формулы и уравнения интереснее женщин. Есть те, кто уве-

ряет, что математик – это человек, нашедший в жизни нечто интереснее, чем секс. Ну что тут скажешь...

Эта сцена дана в фильме не просто так. У нее есть параллель в теории игр. И об этом читайте дальше.

Стратегии подбора пар

Представьте такую ситуацию: большая комната, в ней 30 мужчин и 30 женщин, и, как предполагается, они будут формировать пары. Для простоты картины механизм создания пар строго гетеросексуален. У каждого мужчины есть листок с номером – от 1 до 30. Мужчины рассматривают женщин и выбирают фаворитку. (Конечно, вы можете представить игру, в которой женщины рассматривают мужчин и выбирают фаворита. В любом случае *помните: это всего лишь игра.*) Потом каждый мужчина отправляет листок со своим номером той женщине, которую выбрал. Женщины, получившие листки, должны выбрать фаворита – из тех, кто сделал им предложение. Если женщина получила несколько листков, она должна выбрать один, а если она получила всего один, то должна вступить в пару с тем, кто его отправил.

В идеальном мире исход был бы очевиден: все мужчины выбирают разных женщин, каждая получает по листку, и игра кончается. Вот только реальность далека от идеала. Очень часто, когда я рассказываю другим об этой игре, люди говорят: «Ага! Я знаю, что случится! Всегда найдется женщина,

которой достанутся все мужские листки!» Впрочем, давайте не будем делать столь неудобных заключений. Как сказал Аристотель, истина всегда меж крайностей, но редко посредине.

Однажды я рассказывал об этой игре работникам компании передовых технологий. Одна из участниц (со степенью доктора философии по математике) подняла руку и сказала, что прекрасно знакома с игрой, думала о ней несколько лет – и поделилась с нами своими прозрениями. Она сообщила, что в усредненной ситуации (только ей одной ведомо, какой смысл она вкладывала в эти слова) число женщин, получивших листки, будет примерно равно корню квадратному (!) из числа участниц. Я не углублялся в эту квадратно-коренную формулу, потому что не хотел терять контроль над лекцией, но все же отдадим ей должное и предположим, что листки получили пять женщин. Да, я знаю, что квадратный корень из 30 больше, чем 5! Но не будем забывать, что женщины измеряются в целых числах. В этом случае на женщину приходится в среднем 6 листков, хотя это ничего не скажет нам о распределении. Теперь женщины, получившие листки, должны выбрать фаворита и увести его наверх, где проходит сногшибательная вечеринка для всех новоиспеченных пар.

Как только они покинут комнату, игра продолжается почти в том же духе – только теперь в нее играют 25 оставшихся мужчин и 25 женщин.

Если бы не механизмы вытеснения, заложенные в нашу

человеческую природу, то те, кто остался в комнате, уже на ранней стадии игры ушли бы в глубокую депрессию. В этот момент все мужчины в комнате уже знают, что им не завоевать желанную женщину: ей они не нужны, и она, вероятно, уже танцует на крыше со своим избранником. И теперь мне представляется возможность провести краткий урок психологии. Это будет очень лаконичный, но очень глубокий урок, и его основная идея такова: «Любая радость друга – мне маленькая смерть». Конец урока. Женщины в комнате тоже имеют все поводы грустить: теперь они знают, что их на самом деле не желал никто из оставшихся мужчин. Все первые избранницы теперь веселятся на крыше. Это очень печально. К счастью для нас, мы обладаем прекрасной способностью к вытеснению, и игра продолжается, как если бы до того ничего и не случилось.

Теперь оставшиеся 25 мужчин выбирают своих фавориток и отправляют им листки. Предположим, что листки получили 11 женщин и каждая из них теперь выбирает своего фаворита. Число игроков сокращается, сокращается, сокращается... и так до тех пор, пока в комнате не остается никого.

Так завершается история тридцати идеальных пар. Пока что все ясно и понятно. Или же нет?

Если честно... на самом деле нет. Я покажу, в чем сложность, – и для этого сам приму участие в игре. Итак, я вхожу в комнату и с великим восторгом замечаю среди участниц

прелестнейшую даму. Назовем ее А. (пусть это, к примеру, будет сокращение – Анджелина Джоли, Адриана Лима, Анна Каренина...). Конечно же я ею очарован, и мне кажется, что это прекрасная идея – послать ей мой листок. Но следует ли мне делать это? Вспомнив печальную историю друзей Нэша в пабе, я понимаю, что стоило бы подумать еще раз. Если она мне так нравится, разумно предположить, что и многим другим она нравится тоже. А значит, она получит не только мой листок, но и почти все тридцать. Выходит, шансы на то, что она ответит мне взаимностью и выберет меня, на самом деле довольно малы. Скорее всего, меня отвергнут и я перейду в следующий раунд, в котором мне придется делать выбор во второй раз, и он падет на девушку, которую мы назовем романтичным именем: Б. Опять же весьма вероятно, что мне не удастся завоевать сердце Б., ведь большая часть мужчин, которых прежде отвергла А., теперь нацелятся на очаровательную мисс Б. Так я и буду падать и падать в бездну, пока не окажусь в руках какой-нибудь мисс Я.

Хорошо. Идею мы уяснили. Так как мне играть в эту игру? Какая стратегия окажется наиболее разумной? На чем она будет строиться? Если соглашаться на мой первый вариант слишком рискованно, так может, в первом раунде пойти на небольшие уступки и выбрать Г., пусть она и занимает четвертую позицию в списке тех, кто мне приглянулся?

Одна поговорка на идише гласит: «Не желаешь уступить в малом в начале, откажешься от многого в конце».

Решено: я выбираю Г.! Но постойте! Что, если каждому знаком этот прием, о котором я только что рассказал? Что, если все отправили листки женщинам, стоящим чуть ниже в их «табели о рангах»? А что, если тогда моя А., моя Анджелина, не получит ни одного листка? Стыдно будет не обратиться это себе на пользу! Помните, как в кино Нэш убедил друзей слегка пойти на уступки, чтобы завоевать блондинку?

Важный совет. Прежде чем принять решение, спросите себя, что случится, если все разделяют ваши взгляды. И не забывайте: их разделяют не все.

Правда в том, что все может стать еще интереснее. Давайте условимся так. Пусть все мужчины в комнате, за исключением юного Джонни, посещали мастер-классы по теории игр, по принятию решений и даже по выбору оптимальных вариантов в ситуациях с переменными параметрами. Они пытаются понять, как им поступить, и все заняты сложными расчетами. Они говорят себе: «Слать листок А. мы не будем, поскольку, по вышеупомянутым причинам, она нас не выберет – и нас переведут в следующий раунд, где мы вряд ли будем более состоятельны». И так далее. Пока все думают примерно так, Джонни просто не использует свой мыслительный аппарат. Взвешивать варианты? Это не для него. Он просто смотрит вокруг, видит А., решает, что ему нравится то, что он видит, шлет ей листок – и ему действительно удается ее завоевать, ведь он был единственным, кто к ней обратился! (Кстати, эта история может объяснить характер некоторых

странных пар, которые вам, вероятно, известны.)

Да, Джонни завоевал А., потому что ему не хватало искушенности. Когда я провожу мастер-классы для руководителей, мне нравится знакомить их с эквивалентной экономической моделью, при которой наименее умный игрок (эту роль я играю сам) получает наивысшую выгоду в состязании с довольно-таки умными соперниками (которыми выступают директора).

Равновесие Нэша (и храбрая львица)

Кажется, пришло время дать определение одной из самых базовых концепций в теории игр: равновесию Нэша. Только позвольте мне сделать это слегка неточно (порой небольшая неточность помогает избежать пространных объяснений).

Равновесие Нэша – это ситуация, при которой ни один из игроков не получает выгоды от смены текущей стратегии, при условии, что они могут контролировать только свои собственные решения.

Мы могли бы сказать об этом так.

Равновесие Нэша – это набор стратегий, менять которые не станет ни один участник игры, даже заблаговременно узнав стратегии других игроков, – при условии, что каждый отвечает только за свои собственные решения.

Например, стратегия уступок в игре по созданию пар – это не равновесие Нэша. Ведь если бы все игроки должны

были пойти на уступки, вам бы этого делать не следовало – напротив, вам следовало бы послать свой листок А.!

Уверен, что вы, мой разумный читатель, уже поняли: стратегия, по которой все игроки должны были отправить свои листки А., – это тоже не равновесие Нэша.

А как насчет обеда с друзьями, разделившими счет? Стал бы заказ дешевых блюд равновесием Нэша? А дорогих блюд? Что, если бы каждый заказал самое дорогое блюдо в меню – оказалось бы это равновесием Нэша? Подумайте над этим, пока не будете уверены в ответе.

И наконец, есть еще один пример, проясняющий концепцию равновесия Нэша. Он исходит из области поведения животных. Видимо, о животных говорить легче: в каком-то смысле они кажутся рациональными – все, кроме одного, которое часто поступает иррационально. Да-да, я говорю о человеке. Именно поэтому анализировать поведение людей сложнее, чем поведение других видов.

Пример взят из сцены, которую я случайно увидел в передаче на научном телеканале. Там показывали львицу, которая бросалась на стадо где-то из сотни буйволов, а все они – сюрприз, сюрприз! – как один убегали от нападавшей. Как и любой разумный человек, я спросил себя: почему они бегут? Ясно же, что сотня буйволов сильнее одной львицы! Им всего-то надо развернуться, пуститься галопом, броситься на нее – и через пару минут у нас будет новый ковер из львиной шкуры!

Так почему они этого не сделали? Я все гадал, а потом вдруг вспомнил про Нэша. Бегство от львицы – идеальный случай равновесия Нэша. Позвольте объяснить. Представьте, что все буйволы мчатся прочь от львицы и только один – назовем его Джордж – думает: «Эй, меня снимают для научного канала! У него же рейтинг зашкаливает! (Джордж – буйвол из прерии, он не особо смыслит в рейтингах.) Это как же – все увидят, как я убегаю! А если внуки смотрят?» (Если Джордж хоть в чем-то похож на меня, может быть, он беспокоится и о том, что на него смотрит мама.) И вот наш дорогой Джордж решает развернуться и кинуться на охотницу. Разумно ли его решение? Верно ли оно? Ни в коем случае. Оно не только неверно – это еще и последнее его решение в жизни. Да, несомненно, львица сперва удивится, увидев, как ее стейк сам бежит на тарелку, но вскоре придет в себя – и через несколько минут Джорджа уже не станет. Когда все стадо убегает от львицы, лучшая стратегия – это убежать. Ее нельзя менять! И в данном случае это – равновесие Нэша.

Теперь предположим, что стадо буйволов решило контратаковать. Это уже не будет равновесием Нэша. Ведь если заранее известно, что стадо готовится напасть на львицу, тогда буйвол, который к нему *не* присоединится, безо всяких сомнений выиграет. В конце концов, даже если все стадо пойдет в атаку, некоторые буйволы все же рискуют – их могут ранить, а то и что похуже. И вот представим: на наших глазах буйвол по имени Реджинальд кричит из задних рядов своим

товарищам, идущим в атаку: «Эй, у меня шнурок развязался! Я не могу нападать вместе с вами! Идите без меня!» – и получает выгоду, отказавшись от шанса.

Бегство от львицы – это равновесие Нэша. Когда убегают все, от этого выигрывает каждый отдельно взятый буйвол, при условии, что он может принимать решения только за себя. Да, именно это мы часто и видим в природе. И в то же время нападение на львицу – это не равновесие Нэша: когда все идут в атаку, этот момент идеально подходит для того, чтобы «завязать шнурки». Вот потому мы так редко видим контратаки в природе.

Не случается ли то же самое, когда террорист или маленькая группа террористов захватывает самолет со многими пассажирами на борту?

В документальных хрониках Второй мировой войны снова и снова предстают нескончаемые ряды немецких военнопленных, бредущих по снегу под конвоем всего двух солдат Красной армии. «Почему немцы не напали на своих конвоиров?» – часто гадал я. Может, русские как-то донесли до пленных немцев мысль о том, что подобное нападение – это отклонение от равновесия Нэша, о котором и сам Нэш в то время еще ничего не знал? (Не забывайте, что военнопленным запрещено разговаривать, и потому каждый из них может отвечать только за собственные решения.)

У равновесия Нэша есть хорошая черта: многие игры, независимо от начального положения, заканчиваются имен-

но им. В какой-то степени это связано с самим его определением: равновесие Нэша – это вид стабильного положения, которое, по его достижении, поддерживается игроками на протяжении многих лет. Конечно, это верно только тогда, когда нет внешнего вмешательства и на других игроков никак нельзя повлиять.

Но чем тогда объяснить поведение гиен, которые ведут себя совершенно не так, как буйволы? Гиены обычно нападают стаями на одиноких львов или других животных, которые больше и сильнее. А ведь нападение на льва может и не принести гиенам никакой выгоды! Да, оно может оказаться выгодным для целой стаи, но когда дело доходит до каждой отдельной гиены, принимающей свое личное решение в частном порядке, то лучше остановиться и «завязать шнурки». Так почему они собираются вместе и нападают на льва? Как они это делают? Эта дилемма меня тревожила, ведь гиены вели себя так, как будто никогда не слышали про Нэша... да это просто полное невежество!

И меня снова выручил научный канал. В документальном фильме показали, как гиены, прежде чем отправиться всей стаей на охотничью вылазку, становятся кольцом и движутся в унисон, воют и шумят, прямо как баскетбольные команды. Они приводят себя в экстаз и нападают с пеной у рта – иными словами, они атакуют словно единое целое лишь после того, как исключается вариант со стратегией предательства. Ведь в экстатическом волнении, когда перед тобой во-

жделенная цель, ты не можешь предать тех, кто рядом... и это факт. Это может объяснить природу охотничьих и военных танцев в древних племенах. Когда группа людей намерена охотиться на слона или даже на более страшного зверя, того же мамонта, они сперва должны привести себя в экстаз. Иначе каждый, естественно, решит: «Мамонт? Да забудьте. Там столько вариантов напортачить! Не надо по нему стрелять, уберите копья! Оно того не стоит». Но, если бы так думали все, они бы никогда не сумели загнать на охоте вкусного мамонта и, вероятно, умерли бы от голода. Люди должны действовать сообща, и потому они, как гиены, формируют кольцо, танцуют с копьями в руках, приходят в экстаз и только потом идут на охоту.

И все же нам стоит помнить, что не только с людьми, но и с животными все никогда не бывает так просто, как кажется на первый взгляд. В 2008 г. одним из самых популярных роликов на YouTube стал любительский видеоклип «Битва в Крюгер-парке»: группа африканских львиц, отрезав теленка от стада, теснила его к реке в надежде всласть полакомиться мясом. Но, когда львицы уже наточили когти, из реки вырвался крокодил и схватил несчастного теленка. Хищницы бросились в бой, отбили жертву, но за мгновение до того, как теленок успел пойти большим кошкам на обед, стадо буйволов вернулось (!), накинулось на львиц, прогнало их, спасло теленка – и все закончилось хеппи-эндом (для буйволов).

Как это объяснить? Не знаю. Буйволы редко общаются с

прессой.

В любом случае нам следовало бы навсегда запомнить этот чудесный совет (особенно если вы продолжаете читать эту книгу).

Почти все сложнее, чем кажется, даже если вы думаете, что понимаете эту фразу.

Вернемся к нашим проблемам пар. Один из вопросов, который должны задать себе участники игр по выбору спутника, звучит так: «В чем моя цель? Чего я хочу достичь в этой игре?» Правда в том, что о таком хорошо бы спрашивать в любых играх.

Знать свою цель, прежде чем определять стратегию, – это ключевой момент. Я часто видел, как люди начинали играть, не определив свои цели. Помните, что сказал Алисе Чеширский Кот? Если тебе все равно, куда ты хочешь попасть, «тогда все равно, куда идти». При выборе стратегии или, если хотите, пути, ваша цель превыше всего. Скажем, если в игре «Выбери спутника» игрок исповедует принцип Цезаре Борджиа: «Или Цезарь, или ничто» – иными словами, если А. нужна ему несмотря ни на что, – тогда его стратегия ясна. Ему следует послать свой листок Анджелине и молиться изо всех сил. Другого пути нет. Если он не пошлет ей листок, он ее точно не завоеует – и явно не достигнет цели.

Игрокам с такой функцией выгоды ¹⁴ нравятся риски. Од-

¹⁴ Функция выгоды – это мера предпочтений. Она приписывает всем возможным исходам численно выраженные оценки, названные «выгодами». Предпочти-

нако, если цель игрока просто в том, чтобы не окончить игру в паре с некоей мисс Я. – другими словами, он избегает риска под девизом «кто угодно, только не Я.», – его стратегия тоже ясна. Представим, что мисс Ю. стоит в его «таблице вожелений» одной ступенькой выше, чем мисс Я. Он ненавидит риск, а потому должен немедленно отправить свой листок Ю. – в самом же первом раунде. Конечно, как и всегда, все сложнее, чем кажется на первый взгляд. Что, если другие игроки определяют свою функцию выгоды так же – «кто угодно, лишь бы не Я.»? В этом случае Ю. получит целую кипу листков, чего совершенно не ожидала (и будет гадать, отчего же она вдруг стала такой популярной).

Непонятно не только то, как играть в такую игру, – трудно перевести в слова даже ее базовые предпосылки. Как распределяются мужские предпочтения в отношении женщин? В двух крайних случаях все мужчины либо оценивают женщин совершенно одинаково, либо же в оценках царит полный хаос. Но оба таких допущения конечно же далеки от реальности. Реальное распределение должно находиться где-то между этими полюсами. И как здесь учитывать мужскую самооценку? А кроме того, как распределяются предпочтения мужчин в отношении риска? Если вкратце, то, прежде чем мы сможем хотя бы начать решать эту задачу математически, требуется немалая подготовка и нужно установить значения

тельные исходы получают более высокие оценки. Как предполагается, у разных людей функции выгоды тоже разные.

многих неизвестных.

В Библии сказано, что Бог сотворил мир за семь дней. И если взглянуть на традиции иудаизма, то с тех самых пор Он только и делал, что подбирал пары. Можете представить, как трудно убедиться в том, что каждому подобрана подходящая! И все же если Бог с нами, то, может быть, в конце тоннеля все-таки засияет свет.

Проблема стабильного брака (О любящих парах, изменах и Нобелевских премиях)

Проблема свахи

У свахи Зои есть список из 200 клиентов – 100 мужчин и 100 женщин. Каждая женщина дает ей свой перечень: там выписаны имена всех ста мужчин в порядке предпочтений. На самом верху листа – Прекрасный Принц, ниже – не столь привлекательные варианты, и так до самого конца. Сто мужчин в списке Зои сделали то же самое – и предоставили свахе списки женщин, выстроив их имена по предпочтениям.

Теперь, как предполагают, Зоя должна подобрать каждому спутника иного пола и убедиться в том, что все они сочетаются браком, построят дома и будут относительно счастливо жить-поживать да добра наживать. Ясно, что некоторые клиенты не успокоятся на первом же варианте выбора. Если одного мужчину из списка выбрали две женщины – или несколько женщин, – кому-то придется довольствоваться-

ся меньшим. Но даже если каждого из мужчин предпочитает всем не более чем одна женщина, а каждая женщина становится фавориткой не более чем для одного мужчины, это еще не гарантия блаженства.

Рассмотрим такой пример (для ясности и наглядности я сократил список; в нем осталось лишь трое мужчин и три женщины).

Предпочтения мужчин:

Рон: Нина, Джина, Йоко

Джон: Джина, Йоко, Нина

Пол: Йоко, Нина, Джина

Предпочтения женщин:

Нина: Джон, Пол, Рон

Джина: Пол, Рон, Джон

Йоко: Рон, Джон, Пол

В моем примере каждый мужчина предпочел «свою» женщину, а каждая женщина – «своего» мужчину, и ничьи интересы не пересекаются – но здесь не только нет «брака на небесах», здесь еще и есть повод для беспокойства.

Будущие супруги будут пребывать в счастье и блаженстве только в том случае, когда фаворит каждой женщины сочтет именно ее своей мечтой – например, если Пол любит Джину, а она в ответ любит его; если Нина с ума сходит по Рону,

а он ее боготворит; и если Джон – это Прекрасный Принц для Йоко, за которую он готов умереть. В таком случае мы можем получить вот такую табличку предпочтений.

Предпочтения мужчин:

Рон: Нина, Джина, Йоко

Джон: Йоко, Нина, Джина

Пол: Джина, Йоко, Нина

Предпочтения женщин:

Нина: Рон, Джон, Пол

Джина: Пол, Рон, Джон

Йоко: Джон, Рон, Пол

А что, если трое мужчин поставят на первое место одну и ту же женщину?

Предпочтения мужчин:

Рон: Нина, Джина, Йоко

Джон: Нина, Джина, Йоко

Пол: Нина, Йоко, Джина

Что в таком случае делать Зое?

А если три женщины предоставят идентичные списки?

Предпочтения женщин:

Нина: Рон, Джон, Пол

Джина: Рон, Джон, Пол

Йоко: Рон, Джон, Пол

Да, видимо, Зою ждет немало проблем...

Теперь предположим, что у нас 10 мужчин и 10 женщин. Что лучше: свести как можно больше людей с их фаворитами или по крайней мере с теми, кто занял в их списках «второе место»? Или свести как можно меньше людей с теми, кому они отвели «последние места»?

На этот вопрос нет однозначных ответов.

Впрочем, Зоя – женщина практичная. Она знает: блаженства всем никто не обещал – и ставит себе гораздо более скромную цель. Ее задача – создать стабильные пары, в которых супруги не будут изменять друг другу.

Что это значит в практическом смысле? Итак, для того чтобы предотвратить измены, Зоя должна убедиться в том, что в ее парах никого не влечет сверх меры к кому-либо помимо супруга или супруги. Рассмотрим такие пары: Пол и Нина, Рон и Джина. Итак, Пол женат на Нине, но, предположим, Джина нравится ему больше; *и при этом* Пол нравится Джине больше, чем ее старый добрый Рон. При таком сочетании измены неизбежны. Заметьте, проблемы не будет, если Джина нравится Полу больше жены, но сама при этом любит мужа: она просто отвергнет любые поползновения Пола.

Кстати, если Пола больше влечет к Джине и это взаимно,

а Рон при этом предпочитает Нину, что тоже взаимно, все решается очень легко. Нужно только разорвать старые пары (Пол и Нина, Рон и Джина) и создать две новые и намного более счастливые: Рон и Нина, Пол и Джина.

Алгоритм Гейла – Шепли для стабильного брака

В 1962 г. Ллойд Шепли – признанный американский математик и обладатель Нобелевской премии 2012 г. по экономике – и покойный американский математик и экономист Дэвид Гейл (мы с ним встречались в главе про игру «Хрум!») продемонстрировали, как можно сочетать парами любые равные группы мужчин и женщин и избежать измен. Очень важно понять: этот алгоритм не гарантирует счастья, только стабильность. Очень возможно, что Нина, выйдя замуж за Пола, будет мечтать о Джоне, но алгоритм гарантирует, что Джон любит свою жену больше, чем Нину. Это не значит, что Джон счастлив в браке, и, может быть, он даже грезит о другой женщине – но, если так, алгоритм убеждает в том, что эта женщина предпочитает Джону своего мужа. И так далее...

Алгоритм Гейла – Шепли довольно прост и состоит из конечного числа итераций (раундов). Посмотрим, как он работает, на примере четверки мужчин (Брэд Питт, Джордж Клуни, Рассел Кроу и Дэнни де Вито) и четырех женщин (Скарлетт Йоханссон, Рианна, Кира Найтли и Адриана Лима). Алгоритм будет работать точно так же при любом равном ко-

личестве мужчин и женщин.

В таблице, приведенной ниже, представлены предпочтения мужчин:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------|----------|----------|----------|--------|
| Брэд | Скарлетт | Кира | Адриана | Рианна |
| Джордж | Адриана | Рианна | Скарлетт | Кира |
| Дэнни | Рианна | Скарлетт | Адриана | Кира |
| Рассел | Скарлетт | Адриана | Кира | Рианна |

А предпочтения женщин таковы:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------|--------|--------|--------|--------|
| Скарлетт | Брэд | Рассел | Джордж | Дэнни |
| Адриана | Рассел | Брэд | Дэнни | Джордж |
| Рианна | Брэд | Рассел | Джордж | Дэнни |
| Кира | Брэд | Рассел | Дэнни | Джордж |

Вместо того чтобы объяснять алгоритм, позвольте показать, как он работает на практике. В первом раунде каждый мужчина делает предложение своей фаворитке. Так, Брэд и Рассел претендуют на внимание Скарлетт, Дэнни выбирает Рианну, а Джордж взывает к Адриане.

После этого каждая женщина выбирает мужчину, занявшего более высокое место в ее списке, – в том случае, если кавалеров больше одного. Если к ней обращается только один кавалер, он и становится ее спутником, даже если сто-

ит на низком месте в ее «перечне желаний». А если к ней никто не подходит, она в этом раунде остается одна. Именно поэтому Скарлетт выбирает Брэда, которого поставила выше Рассела.

Посмотрим на пары, которые у нас уже сформировались. Помните, это временно – они только помолвлены, но еще не женаты.

Брэд – Скарлетт, Джордж – Адриана, Дэнни – Рианна

В следующем раунде мужчины, у которых еще нет спутницы, делают предложение той женщине, которая еще их не отвергла и занимает самое высокое место в их списках. Единственным, кто не нашел себе спутницу, сейчас остается Рассел (кстати, именно он играл Джона Форбса Нэша, нобелевского лауреата, в фильме Рона Ховарда), и он предлагает Адриане принять его в спутники.

Желание Адрианы быть с Расселом сильнее, нежели ее влечение к Джорджу, и потому она отзывает помолвку с Джорджем и объявляет о помолвке с Расселом. Теперь наши пары выглядят так:

Брэд – Скарлетт, Рассел – Адриана, Дэнни – Рианна

Единственным одиноким мужчиной теперь остается Джордж (*Sic transit gloria mundi*). И он делает предложение

Рианне, которая с радостью соглашается, ведь в ее списке Джордж стоял выше Дэнни (и ростом он повыше). Итак, наши пары:

Брэд – Скарлетт, Рассел – Адриана, Джордж – Рианна

Теперь одинок легендарный де Вито. Он обращается к Скарлетт, но та предпочитает Брэда. Еще один раунд – и ничего не меняется. Дэнни делает ставку на Адриану – но она счастлива с Расселом. В глубокой депрессии и на грани кризиса Дэнни испытывает удачу с Кирой – и та раскрывает ему объятия. Она так долго была одинока, что ее устраивает даже такой вариант.

Алгоритм завершается, когда все мужчины нашли себе спутниц (и, поскольку обе группы численно равны, все женщины на этой стадии тоже помолвлены). А значит, нашими финалистами становятся:

*Брэд – Скарлетт, Рассел – Адриана, Джордж – Рианна,
Дэнни – Кира*

И жили они счастливо (по крайней мере в чудесной стабильности) с тех самых пор.

Довольно легко принять то, что пары, сформированные по алгоритму Гейла – Шепли, останутся стабильными; но, чтобы устранить все сомнения, давайте это докажем. Если

вам, мои читатели, не слишком по душе логический анализ и доказательства и если вы верите в то, что алгоритм Гейла – Шепли работает безупречно, приглашаю вас перейти сразу к следующей части.

Рад видеть, что вы решили остаться. Итак:

1. Ясно, что алгоритм не может продолжаться до бесконечности. В самом неблагоприятном варианте все мужчины сделают предложение всем женщинам.

2. Ясно, что число помолвленных мужчин всегда будет равняться числу помолвленных женщин. Также ясно и то, что, как только женщина помолвлена, она остается помолвленной (даже если меняется спутник). Кроме того, никто из группы по завершении процесса не может остаться вне помолвки. Достаточно сказать вот что: если Рон напишет «Нина» в своем списке предпочтений (пускай и на последнем месте), а никто другой с ней быть не захочет, она в конце концов Рону и достанется. И потому алгоритм гарантирует, что никто не останется без пары.

3. Но гарантирует ли он стабильность пар? Да – и мы это докажем. Представьте, что Йоко замужем за Джорджем, а Нина – за Полом. Возможно ли, что Йоко предпочтет Пола своему нынешнему супругу – и при этом понравится ему больше его жены, что поставит пары на грань предательства?

Ниже мы предположим, что *это возможно*, а потом коса

найдет на камень – и логическое противоречие докажет, что это на самом деле невозможно.

Итак, предположим, у нас есть нестабильность – иными словами, две пары, Пол – Нина и Джон – Йоко, где Пола влечет к Йоко, а ее – к нему и оба желают быть друг с другом сильнее, чем со своими нынешними супругами. Согласно алгоритму, Полу следовало сделать Йоко предложение еще до того, как он отправился повидаться с Ниной (поскольку Йоко, по нашей предпосылке, получила более высокую оценку в его списке предпочтений). Теперь могут произойти два события:

А. Йоко соглашается на предложение Пола.

Б. Йоко отвечает отказом.

Если произошло событие А, то почему Йоко не живет с Полом? А потому, что выбрала того, кому поставила более высокую оценку, – Джона или кого-либо еще. В любом случае, если она сейчас с Джоном, значит, она оценила его выше, нежели Пола. Вот и обещанное логическое противоречие. Если случилось событие Б, тогда, выходит, Йоко отвергает Пола, поскольку у нее есть лучший спутник (Джон или кто другой), – и при этом тот факт, что сейчас она с Джоном, доказывает, что Джон получил более высокую оценку, нежели Пол, и наша исходная предпосылка вновь оказывается противоречивой.

В двух словах: алгоритм завершается, у каждого есть су-

пруг, и пары стабильны.

А что, если женщины будут выбирать себе фаворитов? Наш пример с актерами даст те же самые пары: здесь у нас только одно стабильное сочетание.

Впрочем, так будет не всегда. Когда стабильных сочетаний несколько, а выбор совершают женщины, формирование пар проходит иначе.

Неверно говорить о неверном выборе в любви: как только выбор есть, верным он быть уже не может.

Марсель Пруст

Война полов: следующий раунд

Время вернуться к примеру, с которого началась эта глава, и напомнить себе о предпочтениях мужчин и женщин.

Предпочтения мужчин:

Рон: Нина, Джина, Йоко

Джон: Джина, Йоко, Нина

Пол: Йоко, Нина, Джина

Предпочтения женщин:

Нина: Джон, Пол, Рон

Джина: Пол, Рон, Джон

Йоко: Рон, Джон, Пол

С первого же взгляда понятно, что на этот раз потребует-

ся только один раунд. Мужчины делают предложение фавориткам, и пары выглядят так: Рон – Нина, Джон – Джина и Пол – Йоко. Вот и все. Они определенно стабильны, ведь все мужчины нашли женщин своей мечты. Для мужчин это оптимальное решение. Впрочем, каждой женщине выпал спутник, которого она в своем списке определила в «аутсайдеры», и вряд ли можно сказать, что женщины счастливы.

Если предложение будут делать женщины, единственный раунд даст следующие пары: Йоко – Рон, Джина – Пол и Нина – Джон. Здесь каждая получает своего фаворита, а мужчинам предстоит провести всю жизнь с теми, кого они в своих списках оценили ниже всех.

Итак, можно увидеть, что игра дает преимущество тем, кто делает предложение в первом раунде.

(Кстати, здесь у нас есть еще один стабильный вариант формирования пар: Нина – Пол, Джина – Рон и Йоко – Джон. Прошу, проверьте эту стабильность – иными словами, убедитесь, что в этом случае не будет измен.)

Футболисты без моделей

Алгоритм Гейла – Шепли не сложен, но и не тривиален. Если мы оставим в стороне предпосылку о двух полах и предположим, что четверо футболистов должны провести ночь перед важным матчем в номерах для двоих, возможно, у нас не получится найти стабильное решение в выборе подходящего соседа по комнате.

| | 1 | 2 | 3 |
|----------|---------|---------|----------|
| Роналду | Месси | Пеле | Марадона |
| Месси | Пеле | Роналду | Марадона |
| Марадона | Роналду | Месси | Пеле |
| Пеле | Роналду | Месси | Марадона |

Проверьте – и увидите: здесь не получится никаких стабильных пар.

И Нобелевскую премию получает...

Есть много сфер, где можно применить алгоритм Гейла – Шепли. Самая знаменитая – это назначение выпускников медицинских школ в больницы для прохождения интернатуры. Готов биться об заклад: вы уже догадались, что больницы получили право предлагать первыми (и по этому вопросу еще и сейчас ведутся судебные тяжбы). Другое важное применение «стабильного брака» – приписывание пользователей к серверам в интернете.

В 2012 г. Рот и Шепли получили Нобелевскую премию за «теорию стабильных распределений и практические разработки в сфере устройства рынков». Их работа была основана на алгоритме Гейла – Шепли.

Гейл покинул наш мир в 2008 г., так и не получив премии, а Элвин Рот завоевал награду после того, как обнаружил другие важные области применения алгоритма Гейла –

Шепли... и учредил в Новой Англии программу по обмену почками.

Интермедия. Игра в гладиаторов

«Гладиаторы» – одна из моих любимых игр. На уроках, посвященных вероятностям или теории игр, я всегда привожу ее в пример. Это трудное упражнение в высшей степени рекомендовано истинным энтузиастам математики.

Игра проходит так. Есть две группы гладиаторов – А (афиняне) и В (варвары). Предположим, что в группе А 20 гладиаторов, а в группе В – 30. У каждого гладиатора есть опознавательный номер, положительное целое число, обозначающее его силу (скажем, число килограммов, которые он может поднять). Гладиаторы сражаются друг с другом на дуэлях. Их шансы на победу соотносятся так: когда гладиатор с силой 100 сражается с гладиатором с силой 150, для расчета его шансов на победу 100 делится на $(100+150)$, ведь чем сильнее гладиатор, тем больше вероятность того, что он победит. Если силы двух гладиаторов, вышедших на дуэль, равны, шансы каждого конечно же составляют 50 %, и чем больше разрыв между ними, тем выше шансы более сильного гладиатора.

У каждой группы есть тренер, который решает, каких гладиаторов выпустить на ринг, но решение он принимает только один раз. Он волен выслать самого сильного бойца первым или последним, но в любом случае победитель дуэли отправляется в конец очереди и ждет своего хода – у вас не

получится сделать так, чтобы ваш самый сильный гладиатор сражался непрестанно. Тот, кто проиграл поединок, выбывает из состязания, а выигравший присваивает себе всю его силу – иными словами, если «Гладиатор 130» побеждает «Гладиатора 145», последний выбывает из игры, а первый получает новое имя – «Гладиатор 275». Игра кончается, когда в одной из групп заканчиваются бойцы-гладиаторы, что, естественно, приводит к ее поражению.

Какая стратегия будет здесь лучшей? В каком порядке выпускать бойцов на ринг? (Уделите себе минутку и подумайте об этом, прежде чем читать дальше.)

Ответ довольно удивителен: вам не нужен тренер. Порядок выхода бойцов никак не влияет на вероятность победы. Шансы на нее равны сумме сил всей команды гладиаторов, разделенной на общую сумму сил обеих команд.

Докажите это! (Подсказка: не начинайте с общих случаев! Это будет сложно. Начните с одного афинского гладиатора и двоих варваров; потом проверьте, что случится с двумя афинянами и двумя варварами. . . Надеюсь, вы сумеете найти паттерн. А еще можете попытаться прийти к решению методом индукции.)

Не стану утверждать, будто это упражнение способно принести какие-то особые прозрения спортивным тренерам. Несомненно, тренеры важны, хотя иногда их важность слегка переоценивают.

6. Крестный отец и «Дилемма заключенного»

Эту главу я посвящаю самой популярной игре во всем репертуаре теории игр – «Дилемме заключенного». Мы рассмотрим каждый аспект игры, включая и итеративную версию дилеммы, и узнаем кое-что действительно важное: эгоистическое поведение не только влечет проблемы с моралью, но и во многих случаях стратегически неразумно.

Самая знаменитая и популярная игра в теории игр – это «Дилемма заключенного». Она развилась из эксперимента, который Мелвин Дрешер и Меррил Флад проводили в 1950-х гг. для корпорации RAND. А название ей дала одна история, которую в 1950 г., на лекции, посвященной данному эксперименту на факультете психологии в Стэнфорде, рассказал Альберт Такер. На эту тему написаны бесчисленные статьи, книги и докторские диссертации, и, верю, даже вне университетских стен о ней много кто хоть краем уха да слышал.

Рассмотрим популярную версию игры. В ней участвуют двое с выразительными именами *А* и *Б*. Они под арестом, в тюрьме, полиция подозревает их в совершении ужасного преступления, но материальных доказательств нет. Итак, по-

лицейским необходимо их разговорить, и предпочтительнее всего, чтобы говорили они друг о друге. И вот задержанных ставят в известность: если оба решат молчать, обоим на год упекут за решетку по более легкой статье – припишут квартирную кражу со взломом или иной проступок. Прокуроры предлагают им сделку: если один предаст другого, предателя тут же отпустят на свободу; а вот другой за доказанное преступление будет приговорен к двадцати годам тюрьмы. Если каждый обвинит в преступлении другого, оба получают по 18 лет тюрьмы (скидка 10 % за помощь следствию). Заключение сажают в разные камеры, и каждый должен принять решение, не видя другого, – иными словами, узнать, какое решение принял другой, ни один из них не может, пока окончательно не примет свое.

В таблице, приведенной ниже, кратко представлены правила игры (числа обозначают годы тюремного заключения):

| | | Пленник Б | |
|-----------|---------|-----------|---------|
| | | Молчит | Предает |
| Пленник А | Молчит | 1, 1 | 20, 0 |
| | Предает | 0, 20 | 18, 18 |

Математики называют такой вид диаграмм «платежной матрицей»: они не любят терминов вроде «таблица» или «схема» – а то еще, не дай бог, обычные люди поймут.

Если честно, пока что история довольно скучна и трудно

понять, почему столь многие о ней писали. Она становится интересной, когда мы начинаем раздумывать над тем, как нам играть. На первый взгляд ответ ясен: обоим нужно молчать, провести год в тюрьме за счет налогоплательщиков и выйти на свободу даже раньше, чем в том случае, если бы оба стали примерными заключенными. Конец истории. И все же, будь все так просто, никто бы и не тревожился ни о какой «дилемме заключенного». А правда такова: произойти здесь может что угодно.

Чтобы на самом деле понять дилемму, встанем на минутку на место А:

«Не знаю, что может сказать *Б* или что он уже сказал, но знаю, что у него только два варианта: молчать или предать. Если он будет молчать, а я тоже откажусь говорить – есть же, в конце концов, Пятая поправка! – я проведу год в тюрьме. Но если я его предаю, то могу выйти! В смысле если он будет держать рот на замке, я выйду! Что тут думать? Толкнуть его под поезд, и дело с концом!

С другой стороны, если он меня выдаст, а я буду молчать, я сгнию в тюрьме. Двадцать лет в аду – это долго. И если он начнет болтать, так надо бы и мне заговорить. Тогда я буду сидеть только 18 лет. Лучше, чем 20, правда?

Есть! Я понял! Лучше всего предать! Ведь тогда я либо не пойду в тюрьму, либо просижу на два года меньше, а два года – это 730 дней на свободе! Какой я умный!»

Как сказано выше, это симметричная игра: иными словами, оба игрока в равных условиях. Конечно же это означает, что *Б* в своей камере проводит такие же расчеты и приходит к тому же выводу, понимая, что предательство – это его лучший выбор. И что это нам дает? Оба игрока рационально оценили друг друга, и итог оказался плохим для каждого. Я даже могу представить, как годом позже *А* и *Б* прогуливаются по тюремному дворику, посматривают друг на друга, чешут затылки и гадают: «Как же так получилось? Так странно! Если бы мы только лучше понимали “Дилемму заключенного” и суть этой игры, уже бы вышли на свободу!»

В чем ошиблись *А* и *Б*? Да и ошиблись ли они? В конце концов, если мы последуем их логике, то покажется, что оба, вероятно, поступили правильно: решили сперва позаботиться о себе, и каждый понял, что ему лучше всего предать – вне зависимости от того, что выбирал другой. И потому каждый предал – и ни один из них ничего от этого шага не получил. По сути, оба проиграли.

Должно быть, мои умные читатели уже поняли, что этот итог – случай, когда игроки следуют стратегии «предательства» и платят ее цену (18, 18), – тоже является равновесием Нэша.

Равновесие Нэша – это набор стратегий, в соответствии с которыми ни один игрок не сожалеет о выбранной стратегии и ее результатах – постфактум. (Не забывайте, что игроки

контролируют только свои собственные решения.)

Иными словами, логика такова: если другой выбрал предательство, значит, я, тоже предав, поступил верно. Исход (18, 18) – это равновесие Нэша, ведь как только игроки выбрали стратегию «предательства», один из них, решив в последнюю минуту хранить молчание, проведет 20 лет в тюрьме вместо 18, то есть проиграет и всю жизнь будет сожалеть о своем шаге. В то же время он не будет сожалеть, если выберет стратегию «предательства» – стратегию Нэша. Так что здесь вопрос не о победе или поражении, а о том, будут ли игроки сожалеть о сделанном выборе, узнав о решении другого игрока.

А вот молчание – это не стратегия Нэша. Ведь если вы знаете, что другой будет молчать, то вам лучше его предать. Так вы полностью избавите себя от опасности тюрьмы, и награда будет больше, чем за ваше молчание. Этот пример показывает, что, наряду с прочим, стратегия Нэша может быть неразумной: вас приговаривают к 18 годам тюрьмы, когда вы могли отсидеть всего год. *По сути, в «Дилемме заключенного» скрыт конфликт двух логических обоснований – личного и группового.* Каждый заключенный делает лучший выбор для себя самого, но как группа... страдают оба.

Когда каждый игрок совершает лучший для себя выбор и не думает о том, какими последствиями обернутся его действия для других игроков, исходом может стать всеобщая ка-

тастрофа. Во многих ситуациях эгоистичное поведение не только влечет проблемы с моралью, но и стратегически неразумно.

Так как нам решить эту головоломку?

Вот один вариант: предположим, что *A* и *B* – не рядовые преступники, а члены серьезной криминальной группировки. В день, когда они давали клятву, крестный отец предупредил их: «Возможно, вы слышали кое-что о “Дилемме заключенного” или даже читали о ней научные статьи. И вот что я вам скажу: мы не терпим предателей. Если вы предадите кого-то из своих, – почти прошептал он, – вы умолкнете очень надолго... навечно. И не только вы: мои люди заставят навеки умолкнуть каждого, кто вам дорог. Вы ведь знаете, мне по душе тишина».

Теперь, когда мы знаем о таком, от дилеммы почти ничего не остается. Оба пленника прибегнут к Пятой поправке, откажутся говорить и даже выиграют на этом, ведь они отправятся в тюрьму только на год. Суть такова: если сократить число вариантов выбора, итог оказывается лучше – вопреки расхожему мнению о том, что все иначе. И, когда крестный отец велит своим арестованным приспешникам быть тише воды и ниже травы, итог хорош для обоих преступников... хотя вот о полиции и законопослушных гражданах этого не скажешь.

Еще один (юридический) пример возможного соглаше-

ния, способного разрешить «Дилемму заключенного», – это переводной вексель, орудие делового мира. Торговец *А* выписывает вексель, по которому приказывает банку заплатить торговцу *Б* указанную сумму, но только если товары, которые доставляет последний, в точности соответствуют коносаменту, который подписали *А* и *Б*. Так, торговец *А* позволяет банку осуществлять надзор и над собой, и над торговцем *Б*. Как только *А* отдает деньги на хранение в банк, он уже не может обмануть (предать) *Б*, поскольку только банк может решать, соответствуют ли товары *Б* коносаменту, и *А* уже не может это определять. Впрочем, если *Б* решит обмануть (предаст), он не получит ни гроша; а если *Б* останется верным соглашению (промолчит) и если его товары будут такими, о каких договорились *А* и *Б*, ему заплатят в полной мере.

В реальной жизни (если вообще существует реальная жизнь) таких дилемм немало, и оказывается, что и в делах, и в имитационных играх люди часто склонны предавать друг друга.

Даже в «Тоске» Джакомо Пуччини встречается классический случай «Дилеммы заключенного», который оканчивается двойным предательством. Скарпия, злой шеф полиции, дает Тоске обещание: если та отдаст ему себя, он не убьет ее возлюбленного, приговоренного к расстрелу, и патроны будут холостыми. Тоска соглашается провести с ним ночь. Но оба друг друга обманывают: Тоска закалывает шефа полиции кинжалом, позже солдаты расстреливают ее любимого

настоящими пулями – и сама она совершает самоубийство. Какой классический оперный финал! А какая музыка!

В «Дилемме заключенного», а может быть, и в «Тоске» несомненно одно: даже если игроки согласятся не предавать друг друга (ибо знакомы с дилеммой), возможно, им будет трудно исполнить обещанное. Предположим, что, перед тем как арестованных разводят по камерам, они соглашаются в том, что их случай – это как раз «Дилемма заключенного», и решают, что в жизни не станут свидетелями обвинения, даже если им предоставят шанс: они будут немы как могила и отбудут в тюрьме свой год. Впрочем, когда их разводят по разным камерам, оба не могут унять сомнений: а сдержит ли другой свое обещание? Итог здесь будет таким же: они снова решат, что лучше всего предать. Если *A* предаст *B*, то получит свободу; но, если оба предадут друг друга, они сядут в тюрьму не на 20, а только на 18 лет. И даже если прежде они заключили сделку, теперь оба нарушают ее условия.

Может быть, это решение покажется абсолютно иррациональным, а его последствия – губительными. И возможно, рационально мыслящий заключенный придет к иному выводу: если другой тоже понимает, что 18 лет в тюрьме – это намного хуже, чем год, то и ему лучше хранить молчание, и именно так он и поступит. Некоторые эксперты в теории игр истинно верят в то, что оба рационально мыслящих игрока будут молчать. Сам я не понимаю, в чем истоки этой уверенности. В конце концов, если бы я сам был в такой ситуации,

я бы не стал делать небезопасных предположений о мыслях другого игрока, а еще я бы понял, что предательство – это мой лучший выбор. Да, я ненавижу это признавать, но я бы предал другого парня. А он бы предал меня, и мы бы на годы оказались за решеткой, пытаюсь понять, что пошло не так.

Не означает ли «Дилемма заключенного», что люди вообще не способны к сотрудничеству – по крайней мере, не под угрозой тюрьмы? В чем смысл этой дилеммы? Может показаться, что этот вывод неизбежен. И в этой игре, и в сходных условиях люди склонны предавать друг друга. С другой стороны, мы знаем, что люди сотрудничают, причем не только после душевной беседы с главным мафиози. Как сгладить это явное противоречие?

Когда я впервые об этом задумался, я не мог найти ответа до тех пор, пока не вспомнил, как служил в армии и как впервые сел за руль. В армейские годы я всегда мог попросить кого-нибудь о серьезном одолжении, и люди часто проявляли отзывчивость. Я мог попросить сослуживцев по роте подменить меня на заданиях, мог даже пойти в увольнительную взамен кого-то, кому подходил черед. Потом я отслужил и получил водительские права – довольно поздно, но как уж вышло. Помню, как я отправился в свою первую поездку и остановился на стоп-линии, стоял и ждал, пока хоть кто-то пропустит меня и даст влиться в поток транспорта, а потом... ничего не произошло! Ровным счетом ничего! Машины текли мимо, их проехал, наверное, миллион, и никто да-

же не сбавил скорость, чтобы пустить меня на дорогу. Как такое могло случиться? Почему люди с охотой помогали мне в серьезных, очень важных делах, но никто не мог всего лишь на пару мгновений сбавить скорость, чтобы я поехал дальше? Это же такая мелочь! Я не мог ответить на этот вопрос, пока не прочел о различиях «дилемм заключенного» в однократной игре и в ее итеративных версиях – и все встало на свои места.

Мы должны провести различие между теми игроками, которые играют в «Дилемму заключенного» один раз и больше никогда не встретятся, и теми, кто играет в нее не единожды. Первая версия неизбежно закончится обоюдным предательством. Но *итеративная* версия «Дилеммы заключенного» (то есть игра с повторами) отличается по самой своей сути. Когда я просил армейских друзей об одолжении, они понимали или подсознательно чувствовали, что мы сыграем в эту игру снова – и что я отвечу взаимностью на всю проявленную ко мне благосклонность. В повторяющихся играх игроки ожидают награды за то, что позволяют другим время от времени «победить». Когда кто-то уступает мне дорогу, у меня нет времени остановиться и записать номер его машины, чтобы вернуть должок в следующий раз, когда мы пересечемся на дороге. Это будет иррационально. Впрочем, люди склонны к сотрудничеству, когда сталкиваются с «тенью грядущего», как говорил Роберт Аксельрод, – иными словами, когда будущие встречи ожидаются как реальная возмож-

ность, мы мыслим по-другому.

На «Дилемме заключенного» основан популярный эксперимент, проведенный на многих мастер-классах для руководителей. Участники разбиваются попарно, каждому дают, скажем, по \$500 и по несколько карточек, на которых написано «М» и «П» («молчание» и «предательство»), и говорят, что им предстоит сыграть в игру друг с другом 50 раз. Суть игры в том, чтобы потерять как можно меньше долларов, и ее правила скрывают тот факт, что сама она представляет собой «Дилемму заключенного», так сказать, «под карнавальной маской». Если оба игрока в паре выбирают карту «М» (и соглашаются молчать), у каждого из его \$500 вычитается \$1 (как один год в тюрьме); если оба выбирают «П» (и предают друг друга), они теряют по \$18; а если один выбирает карту «М», а другой – карту «П», то последнему позволяют сохранить все \$500, а от денег первого отнимают \$20. Позвольте мне еще раз привлечь ваше внимание: каждая пара играет в игру 50 раз.

Большинство игроков очень быстро понимают правила игры – в конце концов, они ведь руководители, – но это редко им помогает. Они не видят подвоха, производят те же расчеты, как и те, кто играет однократно, и приходят к выводу о том, что, независимо от действий другого игрока, их лучший выбор – карта «П». Они играют, теряют \$18, потом еще \$18, потом еще \$18 и так далее – и понимают, что эта стратегия в корне неправильна! Ведь если они 50 раз потеряют по \$18,

они не только лишатся всех своих карманных денег (исходных \$500), но и останутся должны \$400 организатору эксперимента! Именно на этой стадии, чаще всего после третьего раунда, мы впервые замечаем попытки сотрудничества. Игроки стратегически выбирают карту «М» и надеются на то, что их партнер поймет намек и поступит так же, что позволит им сохранить большую часть из их \$500.

Видимо, Абба Эвен, государственный деятель Израиля, ныне покойный, был прав, когда сказал: «История учит нас тому, что и люди, и народы поступают разумно, лишь когда исчерпают все остальные альтернативы».

В итеративной версии «Дилеммы заключенного» есть подвох, когда мы близимся к последнему, 50-му, раунду. На этом этапе я мог бы сказать себе так: зачем сигналить о том, будто мне нужно содействие? Уже нет никаких причин! Что бы ни выбрал другой, если я предам, то потерю меньше. Но, как только вы начнете так думать, вы рискуете попасть в «бесконечную петлю»: я уверен, что итог 50-го раунда неизбежен, значит, незачем сотрудничать и в 49-м, и, видимо, в нем мы и предадим друг друга, а потому предам-ка я первым! По такой логике то же соображение теперь применимо и к 48-му раунду! И у нас новый парадокс: если оба игрока столь рациональны, возможно, им следует предать друг друга с самого начала!

Видите? Обратный расчет может не принести должной выгоды. Он только все усложняет. Это «парадокс неожидан-

ного экзамена» или «парадокс висельника», и вот в чем его суть. В пятницу, на последнем уроке, учитель объявляет, что на следующей неделе состоится неожиданный экзамен. Все ученики бледнеют от страха, но Джо просит слова. «Сэр! – говорит он. – Так не получится! У нас не может быть неожиданного экзамена на следующей неделе!» «Почему?» – спрашивает учитель. «Так ясно же, – отвечает Джо. – В пятницу его быть не может. Ведь если его не будет в четверг, тогда мы будем знать, что он пройдет в пятницу, и это уже не будет сюрприз. То же самое и в четверг – ведь если его не будет в понедельник, во вторник и в среду, а пятницу мы уже вычеркнули, то он должен пройти в четверг – и теперь мы о нем знаем, так что вы нас не удивите, сэр!»

Хотя не очень понятно, что такое «неожиданный экзамен», да и Джо был весьма убедителен, учитель все же удивил учеников, слишком поверивших в логику Джо, и устроил экзамен во вторник.

Та же логика применима к «Дилемме заключенного» с определенным числом раундов (на мастер-классах я обычно не разглашаю заранее их число), поскольку игроки начинают думать так же, как Джо о своем экзамене. Но этот перебор с возвратами только заводит в тупик.

Вышеупомянутый Роберт Аксельрод – профессор государственной политики в Мичиганском университете. Но он изучал и математику и прославился тем, что принял участие в разработке компьютеризованных вариантов «Дилеммы за-

ключенного»; о них можно прочесть в его книге «Эволюция сотрудничества», вышедшей в 1984 г.¹⁵. Он просил многих людей, умных и мудрых, выслать ему искусные стратегии для итеративной версии «Дилеммы заключенного», определив правила игры так: если оба игрока хранят молчание, каждый получает 3 очка; если оба выбирают роль предателей, каждый получает 1 очко; если они совершают разный выбор, предатель получает 5 очков, а стойкий и молчаливый – 0. Аксельрод объявил, что для каждой игры отведено 200 раундов, и попросил предложить стратегию. Но что он имел в виду, говоря о «стратегии»?

В итеративной версии игр, основанных на «Дилемме заключенного», есть множество стратегических возможностей. «Всегда молчать» – одна из простейших стратегий, но она, несомненно, неразумна: предательство остается безнаказанным и второй игрок может легко сколотить капитал. «Всегда предавать» – гораздо более крутая стратегия. Можно выбирать всевозможные, даже самые странные стратегии: чередовать предательство с молчанием, подбрасывать монетку, выбирать случайным образом...

Вам, мой искушенный читатель, уже, наверное, ясно, что лучшая стратегия – отвечать на действия противника. И правда, на первых олимпиадах, где играли в компьютерные версии игр, основанных на «Дилемме заключенного», стра-

¹⁵ *Axelrod Robert. The Evolution of Cooperation, Basic Books, 1985; revised edition 2006.*

тегия, приводящая к победе, была описана как «око за око». Кроме того, она была самой короткой: четыре строки на бейсике.

Создателем этой стратегии стал Анатолий Рапопорт (1911–2007), уроженец России, работавший в США. Его шаблон таков: в первом раунде вы храните молчание – иными словами, играете красиво. Потом и далее, начиная со второго раунда, вы просто повторяете предыдущий ход противника: если в первом раунде он промолчал, вы молчите во втором. Спрашивайте не о том, что вы можете сделать с противником, но о том, что он прежде сделал с вами, и поступайте так же. Стратегия «око за око» позволяла заработать в среднем 500 очков, а это довольно много. Не забывайте: если оба игрока решают молчать, они получают по 3 очка за раунд, а значит, 600 очков за игру – это и правда очень хороший результат. Эта стратегия получила высшие оценки.

Что интересно, самая сложная стратегия, с самым длинным описанием, получила низший балл. На второй олимпиаде появился подход «око за два»: если другой предает, вы даёте ему возможность искупить грехи, и только если он снова выбирает предательство, вы отвечаете на это своим предательством. Эта стратегия еще «красивее», чем исходная «око за око», но ее красота может вам слишком дорого обойтись: стратегия заняла не слишком высокое место.

Услышав о стратегии «око за око», люди, не знающие ничего о теории игр, обычно протестуют: «И это великое

открытие? *Естественно*, так все и делают!» В конце концов, стратегия «око за око» – это не какая-нибудь поразительная математическая находка, претендующая на Нобелевскую премию, а просто наблюдение за тем, как обычно ведут себя люди: ты ко мне с добром, и я к тебе с добром, ты ко мне со злом, и я тебе той же монетой; око за око, зуб за зуб, и все такое...

В дальнейшем Аксельрод выяснил, что для успеха стратегии «око за око» игроки должны следовать четырем правилам:

1. Будьте джентльменом. Никогда не предавайте первым.
2. Всегда отвечайте на предательства. Слепой оптимизм – плохая идея.
3. Умейте прощать. Как только соперник перестает предавать, прекращайте и вы.
4. Не завидуйте. В тех или иных раундах вам не выиграть, но в общем итоге вы одержите победу.

Еще в одну интересную версию «Дилеммы заключенного» играют несколько игроков зараз. Один из многих примеров такого варианта – охота на китов. Все страны, чья экономика широко полагается на китобойный промысел, мечтают возложить строгие ограничения на любую другую страну (стратегия молчания), а своим китобоям позволить бить китов сколько душа пожелает (стратегия предательства). Пробле-

ма здесь очевидна: если все китобойные страны будут «предателями», итог будет губительным *для всех этих стран* (не говоря уже о китах, которые так могут просто вымереть). Это случай игры, основанной на «Дилемме заключенного», только для многих игроков. То же можно сказать и о лесоразведении, и о климатических соглашениях (здесь есть искушение разорвать договор, загрязнить все что можно и получить прибыль, но каждому лучше, если все согласятся не вредить окружающей среде), и о более прозаических вопросах, той же ежемесячной плате на содержание кондоминиума (дома-совладения): *платить или не платить? Вот в чем вопрос!* Конечно, каждый жилец был бы только рад, если бы все платили свои взносы – то есть все, кроме него. Тогда все было бы прекрасно: цвели бы сады, в фойе бы неизменно горел яркий свет, лифты работали бы без перебоев, а он бы не платил ничего! Проблемы начинаются тогда, когда все больше и больше жильцов (и наконец – все) начинают думать, что, возможно, им тоже не стоит платить взносы, – и прекращают это делать. Представьте себе, какие будут лифты и сады в таком кондоминиуме.

Кстати, если бы немецкий философ Иммануил Кант (1724–1804) мог сегодня сказать нам несколько слов, он бы предложил разрешить дилемму следующим категорическим императивом (который я адаптировал из слов самого Канта): *Прежде чем действовать, подумайте вот над чем: желаете ли вы, чтобы ваше действие стало вселенским законом?*

Кант, видимо, ожидал бы от жильцов кондоминиума такого ответа: «Конечно, мы не хотим, чтобы все-все уклонялись от ежемесячной оплаты. Да, это может оказаться весьма неприятным, так что нам, скорее всего, стоит заплатить». Все это очень хорошо, но, вместо того чтобы ждать, пока все жильцы прочтут Канта, лучше бы ввести уставные нормы насчет таких оплат. В делах оплат и налогов люди, как правило, не платят добровольно... даже если они читали Канта.

О сходной проблеме испанский философ Хосе Ортега-и-Гассет (1883–1955) сказал: «Закон рожден отчаянием в природе человека».

Какой была бы лучшая стратегия для итеративной «Дилеммы заключенного», рассчитанной на нескольких игроков? Что же, здесь все сложнее. Например, стратегию «око за око» здесь не применить. Когда я играю против одного соперника, я знаю его ход и отвечаю соответственно; но, если играть против 20 жителей, восемь из которых не внесли оплату за месяц, а двенадцать внесли, – во что превратится такая стратегия? Как мне играть? Последовать за большинством? Платить лишь после того, как заплатили все остальные? А если заплатит только один, убедит ли это меня тоже внести свою плату? И математически, и интуитивно все это очень сложно, и пока что мы просто оставим этот вопрос в стороне.

7. Пингвинья математика

Эта глава посвящена животным – экспертам в умении играть и звездам кино под названием «Эволюционная теория игр». Мы обсудим то, как связано с альтруизмом странное поведение газели Томсона, и присоединимся к группе пингвинов, ищущих добровольца, а прекрасное понятие из эволюционной теории игр позволит нам шире взглянуть на равновесие Нэша.

В теории игр есть одна отрасль, которая увлекает меня больше, чем все остальные. Это эволюционная теория игр. Она пытается изучить и понять поведение животных.

Эта область науки привлекла меня потому, что животные, наряду с прочим, склонны к почти идеальной рациональности. А именно рациональность побуждает математиков создавать модель за моделью в попытке предсказать поведение. И мне нравится, когда эти модели совпадают с естественными явлениями.

Одной из очаровательных проблем, к которой я впервые обратился именно в свете связи теории игр с поведением животных, был альтруизм.

В книге «Эгоистичный ген» (1976) Ричард Докинз предлагает следующее определение: «Некое существо... называют альтруистичным, если оно своим поведением повышает

благополучие другого такого же существа в ущерб собственному благополучию»¹⁶. Так, поступок считается альтруистическим, когда его исход понижает шансы альтруиста на выживание. По сути, Докинз пытается предложить возможные объяснения альтруизма, поскольку этот феномен, как кажется, противоречит его собственной фундаментальной концепции «эгоистичного гена». Он утверждает, что живые организмы всего лишь машины, в которых выживают гены, желающие перейти в новое поколение в конкурентном мире, где выгоден эгоцентризм. В конце концов, если бы единственным интересом живых организмов была отправка собственных генов вперед во времени (можно сказать, что самокопирование – это единственное, о чем тревожатся гены), тогда альтруизм не пережил бы эволюцию и естественный отбор. И тем не менее природа являет нам немало примеров альтруистического поведения: в пример можно привести ту же львицу, которая защищает своих детенышей. Докинз говорил о газели Томсона: когда рядом появляется хищник, та начинает подсакивать, не сходя при этом с места. «Эти энергичные прыжки, привлекающие внимание хищника, аналогичны крику тревоги у птиц: они, по-видимому, предостерегают других газелей об опасности, одновременно отвлекая хищника на себя». Поведение газели можно расценить как самопожертвование или экстремальный риск; ее единственный мотив – предупредить стадо. И это только два примера,

¹⁶ Здесь и далее цит. в переводе Н. Фоминой.

а в природе подобное встречается намного чаще и у самых разных видов – от пчел до обезьян.

Мы уже отмечали: на первый взгляд альтруизм вроде бы противоречит теории Докинза об «эгоистичном гене». Но на самом деле противоречия нет, поскольку никакого истинного альтруизма в дикой природе не существует.

Львица, защищающая своих детенышей, может быть, и альтруист. Но если говорить с точки зрения генетики, то ее поступки необычайно эгоистичны: зверь пытается не столько спасти детенышей, сколько защитить свои гены (или, скорее, их носителей).

Шоу Томсона

Но как объяснить поведение газели Томсона? Когда та замечает, как охотящийся гепард подкрадывается к стаду, она порой подскакивает на месте, странно шумит, и кажется, что она просто привлекает хищника. Хорошая ли это идея? Не лучше ли ей ускакать прочь, как другие (явно более умные) газели? Как это понимать?

Не столь давно зоологи верили, что «прыгунья» предупреждает группу, но позже изменили свое мнение. Профессор Амоц Захави, еще один исследователь альтруизма у животных, считает, что своими подскоками газель Томсона не пытается предупредить стадо, а на самом деле – и это как минимум – передает хищнику послание (или, на языке теории игр,

«сигнал»). В переводе на человеческий оно звучит так: «Дорогой хищник, посмотри сюда! Я – молодая и сильная газель Томсона. Видишь, как высоко я сейчас подпрыгнула? Заметил ли ты мои изящные движения и стройное тело? Смотри, какая я ловкая! Если ты по-настоящему голоден, милый хищник, лучше поймай другую газель (а еще лучше зебру), потому что меня ты не поймаешь и останешься голодным! Послушай, найди себе более легкую жертву – ведь я сегодня к тебе на тарелку не попаду. Искренне твоя, Прыгунья».

Так что же это? Зачем прыгает газель? Предупреждает группу, как считали теоретики до «эгоистичного гена»? Или просто спасает свою шкуру?

Здесь есть два возможных ответа. Один – математическое решение. Можно построить вероятную и приемлемую модель, попытаться описать данную ситуацию и понять, куда нас приведет математика. Почти всегда это довольно сложно. Другое решение значительно проще: посмотреть, что в реальной жизни делает хищник. Наблюдения показали, что хищники редко нападают на гарцующих газелей: послание явно доходит до адресата.

Однажды, когда я читал лекцию, посвященную математическим моделям и их применению в мире животных, один мужчина из аудитории поднял руку и сказал: «Сэр, все совсем не так. Ваши модели прелестны, только сложны необычайно. Где газелям знать дифференциальные уравнения? Или эволюционную теорию игр? Львы что, берут уроки по

функциональному исчислению и оптимизации? Поверьте, они бы не поняли вашей лекции».

Я ответил, что на самом деле и газели Томсона, и все хищники в дикой природе знают довольно много и о теории игр, и о дифференциальных уравнениях, и о других математических моделях – просто у нас с ними разные способы понимания. Да, я никогда не слышал об улитке, приходящей на занятия по логарифмическим спиральям, – но все улитки, несомненно, искусно их формируют и справляются с этим просто прекрасно. Пчелы строят ульи оптимальным образом, хотя у них и нет магистерской степени в прикладной математике. В природе животные ходят в другую школу, и у них есть прекрасный учитель по имени Эволюция. Это фантастический наставник, но и очень требовательный: если вы хотя бы раз потерпите неудачу, вас исключают – и помните, не из школы, а из всей природы. Эта школа сурова, но в ней занимаются лучшие ученики.

Предположим, у неграмотного кролика в один прекрасный день вдруг появляется желание похлопать волка по плечу. Эволюция недолго думая тут же этого кролика устранил: да, он удивил волка (и даже успел порадоваться розыгрышу), но непослушный кролик совершил ужасную стратегическую ошибку. И кроличьи гены, ответственные за эту ошибку (если такое поведение со стороны кролика и впрямь было обусловлено его генами, это допущение спорно), мило устилают волчий желудок и не могут достичь будущего поколения

кроликов.

Иногда я думаю о том, что стало бы с университетами, если бы студентов выгоняли за одну серьезную ошибку или несколько маленьких. Остались бы очень немногие – но абсолютно лучшие. А может, это не так уж и плохо?

Лебединая песня газели

Все это меня озадачило. Если стратегия прыжков столь хороша, почему не подсакивают все газели Томсона? Тогда бы гепард, пришедший пообедать, просто бы залюбовался изумительным зрелищем: десятки газелей прыгали бы от радости, ведь рядом с ними мистер Гепард! Почему же в природе нет таких шоу? Ответ прост. Вы вольны красоваться, только если хватит силенок. Да, молодым газелям скакать легко. А вот «старики», пусть даже они прыгают довольно высоко для своего возраста, уже далеко не столь ловки, как прежде. Старая газель может повредить спину в самый неподходящий момент, может и неудачно приземлиться, растянуть лодыжку или даже сломать ногу. И возможно, гепард удивится тому, сколь некомпетентна эта газель Томсона, но вскоре старым прыгуньям будет уготована участь закуски.

Пингвины и «Дилемма добровольца»

Много лет тому назад я смотрел чудесный документальный фильм по каналу о природе: там показывали группу пингвинов, которая выбралась на берег в поисках еды. Едят они исключительно рыбу, которая, что вполне естественно, плавает в океане. Пингвины плавать умеют. Проблема в том, что плавать умеют и тюлени, а пингвины – *их* любимая еда. В таком случае лучше всего иметь добровольца: в его роли выступает пингвин, который прыгает в воду первым, убедиться, что все чисто – в прямом смысле слова. Это очень простой тест из разряда «пльиви-или-тони»: если доброволец выныривает из воды и зовет друзей к себе, все будет хорошо; если же вода станет красной – обеда сегодня не будет, по крайней мере для пингвинов. Само собой, ни один пингвин в здравом уме добровольцем не станет, – и вот они все стоят, выстроившись кругом, и ждут.

Математическая модель этой ситуации – игра для n игроков, «Дилемма добровольца». С точки зрения стратегии эта ситуация не соответствует равновесию Нэша: если [вы пингвин и] один или несколько других добровольцев вызываются сами, вам не следует «делать шаг вперед». С другой стороны, ждать в кругу – это тоже не равновесие Нэша. Да и вариант это плохой: как долго вы сможете прождать вместе со всеми, прежде чем умрете от голода? Если вы со всей бандой так и

будете стоять на берегу, тогда вы точно умрете; а если прыгнете в воду, вас либо поймают тюлени, либо, если тюленей в округе не окажется, вы будете есть и жить. Выходит, если вызваться добровольцем, вы получите хотя бы шанс выжить. И в то же время, как мы уже отмечали, все пингины хотели бы видеть первым «прыгуном-добровольцем» не себя, а кого-нибудь еще.

Обратите внимание: стратегия «добровольца» – это не стратегия Нэша. Если все пингины просто возьмут и прыгнут, тогда тот, кто сделает это последним, не рискует ничем, ведь тюлень уже сыт – он успел съесть самого резвого пингвина.

Так прыгать или нет? Ответ был довольно прост, и мне нужно было только дождаться конца фильма. Как оказалось, пингины выработали для подобных ситуаций несколько интересных стратегий.

Стратегия 1. Война на истощение

Первая пингиновая стратегия заключалась в том, чтобы просто ждать на берегу и играть в антарктическую версию «Игры в труса». Они просто стоят и смотрят, кто прыгнет первым. Это война на истощение в пингиновых рядах. В конце концов кто-нибудь да нырнет. Трудно сказать, сколько они там прождали. Они могли стоять семь часов, но редакторы фильма сохранили лишь семь секунд от всего отснятого материала. В конце всей этой неопределенности один пингвин,

понимая, что останется голодным, решает нырнуть. Да, вряд ли его можно назвать «добровольцем», ведь если бы он хотел по доброй воле услужить товарищам, то сделал бы это с самого начала, не напрягая никому нервы. Мы могли бы математически рассмотреть, когда и как пингвину следует выступить добровольцем: это вопрос вероятностей, известных как «смешанные стратегии Нэша». Оказывается, математика и реальность иногда идут рука об руку, ведь математическая модель предсказывает, что кто-нибудь обязательно прыгнет в воду – как и происходит в жизни¹⁷.

Стратегия 2. Неспеиные бега

Другая стратегия популярна в том случае, если пингвинов довольно много: тогда они все вместе бегут в воду. Позвольте, я попытаюсь объяснить, хотя сам я никогда не был пингвином и мне сложно представить ход их мыслей. Итак, зачем 500 пингвинов всей толпой бегут в океан? Какая логика ими движет? Может, они говорят друг другу (на языке генов), что там, вероятно, нет никакого тюленя, а это просто чудесно. Впрочем, даже если их там и поджидает голодный тюлень, вероятность того, что он съест какого-нибудь пингвина, со-

¹⁷ Заметка по поводу стратегии 1, «Война на истощение»: В 2000 г. мы с профессором Иланом Эшелем опубликовали совместный труд, посвященный математическим аспектам добровольной помощи и альтруизма. Математика там непростая, но, если вам интересно, этот труд находится в свободном доступе в Сети: просто наберите в поисковике Google: On the Volunteer Dilemma I: Continuous-time Decision, Selection 1 (2000), 1–3, 57–66.

ставляет 1:500. Это не так уж плохо. Риск разумен, и пингвины готовы его принять.

Помню, впервые посмотрев этот фильм, я подумал, что эти стихийные бега во льдах – не равновесие Нэша. Ведь если все бегут в воду, а там при этом еще и много рыбы, то пингвин, который провернет знаменитый «трюк со шнурками» и задержится, выиграет. И в конце концов, если есть значительный риск того, что в водах рыскает голодный тюлень, тогда к тому времени, как непослушные шнурки снова будут завязаны, тюлень уже насытится – и медленный пингвин ничем не рискует. И правда, в фильме ясно показали, что некоторые пингвины бежали медленнее остальных. Но у нас не было никакой возможности узнать, кем они были. Блестящими математиками? Плохими атлетами? В сущности, даже если все пингвины созданы равными, иные бегают быстрее других. Но, если бы они все задумались о том, что им нужно бежать как можно медленнее, и постепенно бы замедлялись, тогда в итоге они бы все остановились – и это вернуло бы нас к началу пути: все пингвины стоят на берегу, никто не желает быть первым добровольцем, и снова начинается война на истощение.

Стратегия 3. «Эй, не толкайся!»

Третья пингвинья стратегия в фильме была самой забавной и увлекательной – по крайней мере, для меня. Чтобы объяснить эту стратегию, я бы хотел провести аналогию с по-

ведением людей на примере солдат.

Спустя месяц интенсивных тренировок рота готовится идти в увольнительную. Они строятся для последней поверки – и вдруг появляется командир с плохими вестями. Один солдат должен остаться на базе в карауле. «Я вернусь через пять минут, – говорит офицер. – И, когда я вернусь, мне нужен доброволец, который останется. Не найдете – никто никуда не пойдет».

Теперь и недовольные солдаты, и пингвины в схожем положении. Каждый хочет, чтобы добровольцем стал кто-нибудь другой, а если никто не отзовется, все останутся голодными – не видать им кому рыбы, кому маминой еды. Солдаты могут тянуть соломинки или еще что, но пингвины этой возможности лишены, не говоря уже о том, что в Антарктиде крайне проблематично отыскать такую массу соломинок. И все же решение находят и те и другие.

В строю солдат, готовых к смотру, стоит Большой Макс, и он, как и его сослуживцы, расстроен сложившейся ситуацией. Впрочем, он очень быстро приходит в себя, хлопает по плечу Малыша Джо и говорит: «Эй, Джо, вызовись!» Это очень внезапный ход для Макса. Ясно, что он таит риск и для Макса, и для Джо. Надеюсь, вы это понимаете. Как только Макс попросит Джо стать добровольцем, другие солдаты могут развернуться и попросить, чтобы себя принес в жертву не Джо, а Макс. Да, маневр Макса был бы отчаянным и дерзким, если бы не один простой факт: Макс – самый боль-

шой солдат в роте, высокий, широкоплечий и очень сильный. Все прекрасно это знают и именно поэтому вежливо окружают Джо: «Джо, а что? В чем проблема? Макс дело говорит. Останешься ради нас, и все путем!» Каждый хочет, чтобы большой и злой Макс был на его стороне, – и Малыш Джо, скорее всего, вызовется добровольцем, даже если сам он того не хочет.

Пингвины, применив стратегию 3, поступили так же. Они пару минут постояли на берегу, а потом пингвин Макс подходит к одному из самых маленьких и хлопает того по спине, причем довольно сильно. Я в общем-то не очень одобряю то, когда животных наделяют человеческими чертами, – но я и правда видел, какое удивление отразилось в глазах маленького пингвина, когда он летел в воду. То была невероятно впечатляющая финальная сцена, сравнимая с финалами таких фильмов, как «В джазе только девушки» и «Касабланка». В любом случае доброволец у пингвинов появляется. Кроме того, важно помнить: Макс был не из рядовых пингвинов. Для обычного пингвина пихать другого очень рискованно: стоит поднять крыло и кого-нибудь толкнуть – и тут же другой, более сильный пингвин может столкнуть тебя самого.

Если уделить еще немного времени пингвиньей проблеме, то мы увидим, что пингвины играют в игру, скрытую в игре. Помимо игры в «добровольца», они играют еще в одну: «С кем бы мне встать?» Пингвин, которого толкнули, становит-

ся добровольцем потому, что выбрал неверное место и встал слишком близко к Максусу. Так что помните: когда приходит время играть в игру «Эй, не толкайся!», держитесь подальше от больших парней.

Разумно предположить, что для поведения животных, которое на первый взгляд кажется альтруистическим, почти всегда есть стратегическое объяснение. При помощи математического аппарата из эволюционной теории игр я как-то раз построил модель, объясняющую определенные реалии из жизни пингвинов без всякого альтруизма. Сказать по правде, альтруизма нет ни в одной из пингвиньих стратегий. Пингвин, проигравший войну на истощение; пингвин, победивший в неспешных бегах; пингвин, которого столкнули в океан, – все они оказались в воде по причинам весьма далеким от альтруизма. «Пингвин-толкач» рисковал, поскольку мог потерять равновесие, но и его альтруистом назвать нельзя. По той же логике и тот пингвин, который вдруг понял, что плавает в воде в полном одиночестве, не заслуживает никакой медали, поскольку стал добровольцем «под огнем» (или, в этом случае, под водой), а сам никогда и не намеревался им становиться.

Эволюционная теория игр дает изящное определение, которое расширяет идею равновесия Нэша. Его впервые предложил в 1967 г. английский эволюционный биолог Уильям Гамильтон (1936–2000), хотя часто это приписывают другому английскому эволюционному биологу, Джону Мейнарду

Смиту (1920–2004), который его расширил и развил. С этими первопроходцами мы и вступаем в область эволюционной теории игр, эквивалентную равновесию Нэша и известную как ЭСС: эволюционно стабильная стратегия.

Без перехода на язык «эпсилон-дельта», столь любимый математиками и столь сложный, что обычные люди предпочли бы ему изучение древних китайских идиом, можно сказать, что ЭСС – это равновесие Нэша плюс еще одно условие стабильности: если малое число игроков внезапно меняет стратегию, те, кто придерживается исходной стратегии, обретают преимущество.

Если вы желаете углубиться в предмет того, как связаны эволюция и теория игр, рекомендую каноническую книгу Джона Мейнарда Смита «Эволюция и теория игр»¹⁸.

¹⁸ *Smith John Maynard. Evolution and the Theory of Games. Cambridge University Press, Cambridge, 1982.*

Интермедия. Парадокс воронов

Карл Густав Гемпель (1905–1997), философ, немец по происхождению, многое сделал для философии науки, но международную славу обрел в 1940 г., с публикацией «парадокса воронов» (он тогда жил в Нью-Йорке и преподавал в Городском колледже). Его парадокс касается логики, интуиции, индукции и дедукции – и все это за счет воронов. Вот моя версия.

В одно холодное и дождливое утро профессор Смартсон выглянул в окно и решил, что сегодня не пойдет в университет. «Я эксперт в логике, – подумал он, – и потому все, что мне нужно для работы – это бумага, карандаши и ластик, а они есть у меня дома». Он сел у окна, потягивая свой улун «Черный дракон», и задумался: «Что бы такое изучить сегодня?» Внезапно он увидел на дереве двух черных воронов. «А все ли вороны черные? – спросил он себя, увидев третьего ворона, тоже черного. – Кажется, что так». Это утверждение можно было подтвердить или опровергнуть – но как именно? Несомненно, каждый новый черный ворон, которого он мог бы увидеть, увеличит вероятность того, что утверждение «Все вороны черные» истинно, вот только как пронаблюдать за всеми воронами в мире? Это невозможно! И тем не менее профессор Смартсон решил устроить слежку за воронами, надеясь на то, что они и правда все черные.

И вот он сидел у окна и ждал, но больше воронов поблизости не было. «Придется, наверное, выйти и поискать», – подумал он, но идея ему не особо понравилась. В конце концов, он по какой-то причине остался дома, а дождь перешел в бурю с градом. И внезапно профессора осенило! Он вспомнил, что утверждение «Все вороны черные» логически эквивалентно аргументу: «Все, что не черное – это не ворон». Не забывайте, он был профессором логики. С радостью приглашаю умных и логически мыслящих людей (подобных вам, мой дорогой читатель) поразмыслить над этим и понять, что два этих утверждения эквивалентны. Все просто и логично.

Итак, вместо того чтобы доказывать, что «все вороны черные», профессор Смартсон решил подтвердить, что «все, что не черное – это не ворон», и – подумать только! – ему даже не пришлось выходить из дома. Все, что требовалось – это отыскать все «не черные» предметы и убедиться в том, что это – не вороны. Да, дело-то ерундовое, чего там!

Наш профессор снова выглянул в окно и обнаружил бесчисленные примеры: зеленую лужайку, желтые и красные опавшие листья, пурпурную машину, мужчину с красным носом, оранжевый знак с белыми буквами, синее небо, серый дым из трубы... И вдруг – черный зонтик! Смартсон испуганно вздрогнул – но лишь на мгновение. Вскоре он пришел в себя и напомнил себе вот о чем: он ведь не говорил, что все черные предметы – это вороны! Это же глупо! Он лишь утверждал: «Все, что не черное – это не ворон!» И только!

Он успокоился и теперь, сидя в тепле и сухости, снова смотрел на улицу под окном на бесконечный поток всевозможных предметов. Они не были черными – и они не были воронами. Довольный проделанной работой, он развернулся, взял блокнот и записал: «На основе проведенного мною лично обширного исследования я могу заявить, что с практически абсолютной достоверностью все вороны черные». Что и требовалось доказать.

Сумеете ли вы показать, в чем ошибся профессор Смартсон? И ошибся ли он?

8. Продается, продается... продано!

Краткое введение в теорию аукционов

Я начну эту главу с того, что покажу, как продать 100-долларовую банкноту за \$200. Затем мы вкратце познакомимся с теорией аукционов – плодородной отраслью теории игр, рассмотрим разные виды аукционов, попытаемся понять природу такого феномена, как «проклятие победителя», и выясним, какой аукцион получил Нобелевскую премию.

Сколько за \$100?

Изначально эта последовательная игра называлась «Торги за доллар», но, чтобы сделать ее чуть более интересной (в конце концов, с инфляцией доллар уже не тот), будем говорить о банкноте \$100. Мнения о том, кто на самом деле создал эту игру, разнятся. Говорят, ее в 1950 г. изобрели Мартин Шубик, Ллойд Шепли и Джон Нэш. В любом случае Шубик, американский экономист, преподающий в Йельском университете, в 1971 г. написал статью, в которой эта игра обсуждалась¹⁹.

¹⁹ Здесь говорится о следующей статье: *Shubik Martin. The Dollar Auction*

Правила очень просты. На аукцион выставляется банкнота номиналом \$100 – и уходит тому, кто предложил наивысшую цену. В то же время тот, кто внес второе по ценности предложение, тоже должен выплатить предложенную им сумму, но не получает ничего. Звучит просто, правда?

Я часто играю в эту игру на своих уроках. И нередко бывало так, что я приходил в класс, выставлял на аукцион банкноту \$100 на условиях, о которых говорил выше, и обещал отдать ее тому, кто предложит наивысшую цену, даже если та окажется очень низкой. Звучит отлично. Всегда найдется студент, который предложит \$1 и решит, что это лучшая сделка всей его жизни. И что потом? Что же, если весь класс промолчит, этот ученик и впрямь сорвет куш. Впрочем, проблема в том, что этого почти никогда не происходит. Как только другие заметят, что кто-то собирается заграбастать \$100 всего за один бакс, всегда найдется кто-нибудь, кто предложит \$2. В конце концов, зачем им оставаться в дураках и отдавать другому победу? Иных корежит при одной только мысли о таком.

Как только кто-то предложил \$2, первый студент теряет \$1, поскольку должен оплатить свое предложение и уйти с пустыми руками. Естественно, тот, кто теперь предложит больше, должен внести \$3. И как только в игру входит второй игрок, жребий брошен. Что бы ни случилось, я, прода-

вец, получу выгоду, а игроки потерпят поражение. Здесь нет никаких вариантов. Например, представьте, что игрок предлагает купить мои \$100 за свои \$99 после того, как другой предложил \$98. Тому, кто предложил \$98, приходится сделать предложение лучше – \$100, ведь он, что вполне естественно, против потери своих \$98. Оптимальная сделка для него – предложить \$100 и выйти из игры; при этом он ничего не теряет и ничего не получает. Но, увы, как только он предлагает \$100, игрок, который уже предложил \$99, предчувствует жестокий удар и потому (даже пусть это и кажется полным абсурдом) должен предложить \$101, чтобы потерять только \$1, а не \$99. Кстати, я, продавец, только что прикарманил \$201 за вычетом \$100 (ценность проданной купюры), то есть моя чистая прибыль составила \$101.

Когда же игра кончается? Математически – никогда. А на деле она кончается с наступлением одного из следующих исходов: 1) у игроков заканчиваются деньги; 2) звенит звонок, и класс уходит с урока; 3) один из игроков понимает, что к чему, выходит и теряет ставку.

Кстати, эта игра изящно показывает, как прекрасная тактика может превратиться в ужасную стратегию. Математическая логика говорит, что те, кто делает предложение, должны на каждой стадии повышать цену. Но как далеко может нас завести подобная логика? Не лучше ли потерять \$4 и уйти, чем заплатить \$300 за банкноту \$100?

Однажды, когда я проводил эту игру на мастер-классе, по-

священном стратегии, всего через две минуты мне предложили \$290 за выдвинутые на аукцион \$100 (ставки повышались каждый раз на \$10). Я заметил, что игроки вскоре забывали, чему вообще был посвящен аукцион, и просто начинали состязаться друг с другом. Победить и не дать победить другому – вот единственное, о чем они заботились.

Да, иногда люди ведут себя довольно странно. Был и другой случай. Один из игроков не вовлекался до тех пор, пока ставки не достигли \$150, а потом удивил всех, предложив \$160! Почему он это сделал? Он мог просто пойти в банк и купить бесконечно много банкнот номиналом \$100 по \$160. Почему он вообще решил принять участие?

Один мой друг, участник гарвардского семинара для бизнесменов высшего звена, сказал, что устроитель получил \$500 за выставленную на аукцион стодолларовую банкноту. Неужели участники игры просто вели себя нерационально? Необязательно. Вполне возможно, сумма \$500 была не столь велика для победившего дельца – если учесть, что он, предложив ее, дал остальным участникам понять, что готов идти до конца. В наши дни, в нашу эпоху это очень важный сигнал: всегда есть шанс, что дельцы встретятся снова (и вполне резонно, что он может списать свои \$500 как инвестиционные затраты).

Такое поведение, в соответствии с которым разумные люди не выходят из игры, поскольку внесли в нее значительные вклады, происходит в повседневной жизни все время – как

в великом, так и в малом. Например, именно так все и обстоит, когда вы звоните в кабельную компанию и ждете, пока ответит сотрудник службы работы с клиентами. Вы висите на линии довольно долго, приятная музыка помогает вам скоротать время, но никто не отвечает. Что вы обычно думаете в этот момент? «Ладно, я ждал так долго, как-то неловко вешать трубку сейчас». И вы ждете еще какое-то время. Вы ждете и ждете, музыка уже начинает раздражать, но чем дольше вы ждете, тем глупее кажется мысль отключиться, ведь вы уже потратили столько времени!

Сходная логика становится движущей силой и тогда, когда организация, выдающая государственные средства и уже вложившая в некий проект, начатый тем или иным дельцом, \$200 млн, решает выделить ему еще \$100 млн на «спасение» проекта после того, как тот обернулся провалом. Это ошибка того же плана.

Итак, если вы столкнетесь с игрой «Продай сто баксов», лучше всего вовсе в ней не участвовать. А если окажется, что вы присоединились к ней по ошибке, выходите без промедления! Как-то раз некто предложил «безопасную» стратегию для победы в игре: мол, ваше первое предложение должно составить \$99 – конечно, особой выгоды вы не получите, но ведь победить-то приятно! Лично я не стал бы рекомендовать такую стратегию. Всегда есть вероятность, что кто-нибудь может внезапно предложить \$100... за \$100. Зачем ему так поступать? Просто «затем»: иногда бывает и так.

В любом случае оставаться в игре просто потому, что вы уже вложили в нее массу денег, – это всегда плохая идея. Древние греки, среди всего прочего, знали одно, и это их знание освящено веками: даже боги не в силах изменить прошлое.

И в завершение своих изысканий в области аукционов с деньгами я предлагаю вам небольшую мысленную игру.

В похожую игру играли в престижной военной академии. На аукцион при условиях, означенных выше, была выставлена банкнота \$20; каждая новая ставка должна была стать хотя бы на \$1 больше предыдущей. Двое офицеров дошли до той стадии, когда один предложил \$20, а другой поднял ставку до \$21. В этот момент тот, кто предложил \$20, вдруг сделал «ход конем» – предложил \$41, и игра закончилась. Почему? (Прикройте ответ, приведенный в следующем абзаце.)

(Если он предложит \$42, то его убыток составит \$22. А лучше потерять \$21.)

Вероятно, аукционы – это самая древняя отрасль теории игр. Говорят, первый аукцион прошел, когда братья продали работорговцам Иосифа Прекрасного вместе с его разноцветным плащом. Геродот, греческий историк V в. до н. э., писал об аукционах своего времени, на которых продавали женщин в замужество. Аукцион начинался с самой красивой женщины, и после того, как продавец получал за нее солид-

ный куш, он выставлял на аукцион остальных, по степени убывания красоты. Запрашиваемая цена снижалась соответственно. Самым некрасивым женщинам приходилось платить за мужа: на аукционах были и отрицательные ставки.

Аукционы были популярны и в Римской империи – настолько, что в 193 г. уже нашей эры на один такой выставили саму империю! Победил Дидий Юлиан, но два месяца спустя его убили, и это явное свидетельство того, что победа в аукционе еще не повод для торжества.

Существует великое множество методов для проведения аукционов, а главные образцы таковы: английский аукцион, голландский аукцион, аукцион первой цены и аукцион Викри.

Английский аукцион

На английском аукционе предмет выставляется по базовой цене, которая продолжает подниматься вместе с уровнем спроса. Лот уходит к тому, кто предложил самую высокую цену. Ставки делаются по телефону. Прекрасно известно, что богатые и знаменитые, как правило, держатся в стороне от аукционных залов, поскольку само их присутствие может взвинтить цены до небес.

В одной из версий английского аукциона цена растет постоянно, заявители выходят из игры, когда она становится для них слишком высокой, и последний оставшийся полу-

чает лот. Здесь участники имеют возможность получать информацию о том, во сколько все их конкуренты оценивают стоимость лота.

Голландский аукцион

При таком подходе лот предлагается по наивысшей цене, которая падает до тех пор, пока покупатель не решает, что она ему подходит. Тогда он принимает цену, и падение прекращается. Система названа «голландской», поскольку именно так продают цветы в Голландии.

Как-то раз я был свидетелем интересного голландского аукциона, проходившего в бостонской антикварной лавке. Каждый предмет в магазине был снабжен прикрепленным ценником, на котором стояла дата – день, когда та или иная вещь была впервые выставлена на магазинной полке. Цена, которую вы платите, высчитывается как разность числа, указанного на ценнике, и скидки, которая зависит от того, сколько долго тот или иной предмет лежит в лавке – чем дольше он лежит, тем больше скидка. Порой скидки доходят до 80 % от исходной цены. Когда бостонец видит какой-нибудь понравившийся стул, который стоит \$400, он вполне может прийти к разумному выводу о том, что за месяц цена снизится и лучше всего подождать. И конечно же он прав – при условии, что никто не купит этот стул в период ожидания.

Англия против Голландии

И теперь возникает интересный вопрос: какой аукцион лучше – английский или голландский?

Предположим, мы хотим выставить по-настоящему особенную книгу (скажем, «Улисса» с автографом Джеймса Джойса) на голландском аукционе, устанавливаем начальную цену \$10 000 и позволяем ей снижаться на \$100 каждые 10 секунд. Такой метод продаж может в высшей степени расстроить потенциальных покупателей, ведь продажа совершается, как только кто-нибудь остановит часы. Вполне разумно, что тот, кто считает, будто удовольствие от прочтения этой книги сопоставимо с тратой \$9000, будет ждать, пока цена не опустится до этого уровня, а потом сделает свою заявку (если книгу к тому времени не продадут).

А вот на английском аукционе вы можете отдать за предметы гораздо меньше, чем планировали изначально. Если, например, никого, кроме нас, больше не волнует покупка оригинального издания с автографом автора и наша ставка \$700 оказывается наивысшей, честь нам и хвала: мы заплатили \$700 за предмет, за который готовы были отдать \$9000. С другой стороны, этот метод поощряет людей увеличивать ставку снова и снова, и главной движущей силой аукциона становится такая человеческая черта, как жажда соперничества. Предположим, вы готовы заплатить \$9000 за книгу, но

оказывается, что кто-то эту цену уже предложил. Повысите ли вы ставку до \$9100? Вероятно, да, ведь это всего на \$100 больше вашего изначального намерения. Но в этом случае другой заявитель, со сходным намерением, поднимет ставку до \$9200, вам придется поднимать свою до \$9300... и так далее. И кто знает, когда все это кончится?

Другая причина, по которой повышаются цены на английских аукционах, состоит в том, что в ходе продаж участники получают информацию. Позвольте объяснить. Предположим, один из участников *чувствует*, что книга может стоить \$9000, но он в этом не уверен. А если это на самом деле слишком завышенная цена? Может быть, книга стоит в половину меньше? Он будет увереннее в оценке, если увидит, что кто-то другой предложил, скажем, \$8500. Это станет для него знаком того, что такой взгляд не столь уж фантастичен. Часто участники аукционов обращают это себе на пользу, приводя «ложных заявителей», чья роль – повышать цены.

Есть серьезные разногласия в том, какой из двух подходов лучше, но английский аукцион явно популярнее (я сам был свидетелем того, как некоторые аукционы начинались как голландские, достигали определенной цены и продолжались по английскому образцу).

Аукцион первой цены

По-настоящему дорогие лоты (нефтяные месторождения,

банки, авиакомпаниями), как правило, выставляются на аукцион по такому шаблону: потенциальным покупателям предлагается период подачи заявок, они делают ставку и передают ее в запечатанном конверте. В назначенный день, когда наступает фаза разрешения, все конверты вскрываются и объявляется победитель. Такие аукционы чаще всего подчиняются длинному и строгому перечню правил, но их чтение может принести участникам аукциона ощутимую пользу: там таится немало сюрпризов. Например, порой там может сообщаться о том, что продавцы не обязаны выбирать покупателя, который дал наивысшую цену (и мои умные читатели явно смогут понять почему).

Поскольку мы затронули тему нефтяных месторождений, самое время узнать о таком феномене, как «проклятие победителя».

Этот феномен впервые задокументировали в 1971 г. трое инженеров-нефтяников: Эд Кэйпен, Боб Клэпп и Билл Кэмпбелл – в статье, содержащей весьма плодотворные идеи²⁰. Они ясно продемонстрировали, что в случае победы на аукционе вы должны спросить себя: «А почему другим не показалось, что нефтяное месторождение, которое я только что купил, стоит больше той цены, которую предложил я?» С точки зрения статистики идея очень проста.

²⁰ Во фрагментах, посвященных «проклятию победителя», цитаты приводятся по следующей статье: *Capen Ed, Clapp Bob and Campbell Bill. Competitive Bidding in High-risk Situation // Journal of Petroleum Technology. 1971. 23. P. 641–653.*

Предположим, владелец нефтяной компании обанкротился и месторождение выставляется на аукцион. Десять компаний подали в запечатанных конвертах такие ставки (в миллиардах долларов): 8; 7,2; 7; 13; 11,3; 6; 8; 9,9; 12 и 8,7.

Кто знает, сколько на самом деле стоит это месторождение? Кто может предсказать цены на нефть хотя бы в ближайшем будущем? Никто! И все же безопаснее предположить, что, перед тем как делать ставки, компании-участники наняли экспертов для изучения проблемы. В то же время будет совершенно логично оценить стоимость месторождения примерно на уровне среднего от сделанных ставок. Нет причины предполагать, что наивысшая ставка (\$13 млрд) находится ближе всего к перспективам реальной отдачи от месторождения, но эта ставка (почти) всегда победит. Впрочем, победителю лучше всего воздержаться от шампанского и вечеринок и ненадолго задуматься.

Аукцион Викри (или вторая цена и Нобелевская премия)

Аукцион второй цены, или аукцион Викри, названный в честь Уильяма Викри, уроженца Канады, профессора экономики в Колумбийском университете и лауреата Нобелевской премии 1996 г., проводится так: участники, желающие приобрести лот, предоставляют запечатанные конверты со ставками, и победителем объявляется тот, кто предложил наи-

высшую цену – но с неожиданным поворотом. В отличие от традиционных аукционов, он выплачивает не наивысшую цену, а *вторую* по величине.

Какая тут логика? Почему это вообще логично? Зачем выигравшему участнику платить меньше, чем он окончательно предложил? Почему бы аукционному дому не забрать самую лучшую цену?

Я считаю, одна из причин, по которым проводятся аукционы Викри, заключается в том, что мы знаем: люди иррациональны и могут по ошибке делать слишком высокие ставки, веря в то, что им на самом деле никогда не придется выплачивать эту цену. Могу привести такой пример: я делаю заявку на \$20 000 за копию первого издания романа «В поисках утраченного времени» с автографом Марселя Пруста, хотя на самом деле готов потратить только \$10 000 – ну, все-таки это Пруст, а мне нравится покупать книги. И где тут ошибка? Я верю, что эта маленькая уловка станет гарантией моей победы и в конце концов я заплачу вторую цену, которая, несомненно, будет более логичной. Проблема в том, что мистера Эдгара Клинтона из Бостона только что осенила та же самая идея – и он предлагает \$19 000. Это значит, что я выиграю, но переплачу \$9000 сверх той суммы, которую намеревался отдать. Да зачем оно мне? В конце концов, это же просто книга, а не книжный магазин!

Возможно, нам стоит предлагать не столь заоблачные ставки?

Ответ на эту проблему на удивление прост, и он даст нам понять, почему аукцион Викри так важен: аукционы второй цены поощряют участников предлагать (реальную) наивысшую цену, которую они готовы заплатить.

Позвольте, я скажу об этом другими словами, более точно. На аукционах Викри преобладающая стратегия участников заключается в том, чтобы заявлять за лоты реальную стоимость последних (стратегическое превосходство имеет место тогда, когда одна стратегия для игрока лучше всех прочих, независимо от того, как играют другие). В этом случае *честность – лучшая политика*. Нам незачем обращаться к математике, чтобы это доказать. Все, что нужно – это учесть, что происходит с участником, который предлагает больше или меньше того, во сколько он реально оценивает желанный предмет, и вы увидите, что в обоих случаях выгода меньше, чем при предложении реальной цены.

Эту ситуацию Викри впервые проанализировал еще в 1961 г., но ему пришлось ждать Нобелевской премии до 1996-го. К сожалению, Уильям Викри так и не переступил порог Стокгольмского концертного зала: он скончался спустя три дня после того, как было объявлено о том, что его выбрали для этой почетной награды.

Интермедия. Парадокс Ньюкома

Парадокс Ньюкома, названный в честь Уильяма Ньюкома, физика из Калифорнийского университета в Лос-Анджелесе, – это знаменитый эксперимент, тесно связанный с вероятностями и психологией.

Этот мысленный эксперимент, в отличие от многих других, *заслуживает* имени парадокса. Он состоит в следующем.

Перед нами ставят два ящичка. Один – прозрачный, и мы видим, что в нем лежит \$1000; другой – непрозрачный, и, возможно, в нем скрыт \$1 млн, а возможно, он пуст; точно мы этого не знаем. Игроку предоставляют два варианта выбора: забрать содержимое обоих ящичков – или только непрозрачный ящичек. Конечно же второй вариант лучше. Но тут есть один интересный момент. Эксперимент проводит Предсказатель – человек со сверхъестественными способностями: он может читать мысли и знает, какой выбор мы совершим, еще до того, как мы узнаем об этом сами. И если Предсказатель почувствует, что мы собираемся взять непрозрачный ящичек, он наполнит его миллионом зеленых банкнот. Но если он предскажет, что мы заберем оба ящичка, то оставит непрозрачный ящичек пустым.

Теперь предположим, что 999 человек уже приняли участие в эксперименте. И теперь мы знаем: как только игрок

берет оба ящичка, непрозрачный оказывается пустым, а вот те, кто выбирал только непрозрачный ящичек, становились миллионерами. Что решите вы?

Теория принятия решений содержит в себе два принципа, которые на первый взгляд дают нам противоречивые указания. Это принцип разумности, в соответствии с которым нам следует взять только непрозрачный ящичек, поскольку мы видели, что случалось прежде; и принцип доминирования, согласно которому нам следует взять два ящичка – ведь они оба перед нами, и если в непрозрачном ящичке миллион, то он у нас будет, а если миллиона там нет, то у нас, по крайней мере, останется тысяча. Эти два принципа вступают друг с другом в конфликт – и дают нам два совершенно разных совета.

Этот необычайно знаменитый эксперимент обсуждало немало чудесных людей, и в том числе философ Роберт Нозик, профессор Гарварда, и Мартин Гарднер, знаменитый толкователь «Алисы в Стране чудес» и редактор рубрики математических игр и развлечений в журнале *Scientific American*. И тот и другой приняли одинаковое решение и сказали, что возьмут оба ящичка, но причины при этом привели совершенно разные.

Если бы мне пришлось столкнуться с этим экспериментом – при условии, что я верю в предсказания (не в пророчества, все-таки я ученый-рационалист) и что я видел 999 случаев с повторяющимися результатами, – то я бы взял непрозрачный

ящичек и (возможно) забрал бы \$1 млн. Тем не менее этот вопрос – предмет широких споров. Гарднер счел, что здесь нет парадокса, поскольку никто не может предсказывать поведение людей с такой точностью. Впрочем, если вы знаете кого-то, кто это может – тогда это логический парадокс. И что же нам делать? Взять два ящичка или только непрозрачный?

Вам решать.

9. «Игра в труса» и Карибский кризис

В этой главе мы познакомимся с «Игрой в труса», которая содержит в себе два чистых равновесия Нэша – отчего ее результаты очень трудно предсказать. Эта игра тесно связана с искусством конфронтации.

Простая и понятная версия «Игры в труса» для двух игроков выглядит так. Двое автомобилистов мчатся друг на друга (снимаем мы кино, они бы еще ехали на угнанных машинах), и первый, кто свернет и избегнет опасности, проигрывает и навечно оставляет за собой прозвище «трус». Тот, кто не дрогнет, побеждает в игре и становится местной знаменитостью. Если с прямого пути не отклонится ни один, оба могут погибнуть в аварии. Популярной эту игру сделали фильмы в эпоху Джеймса Дина, и она предстала в изрядном количестве картин (мои сверстники, возможно, вспомнят фильм 1955 г. «Бунтарь без причины», где снимались Джеймс Дин и Натали Вуд).

Естественно, каждый хочет, чтобы «трусом» оказался другой, а на себя примеряет роль «храбреца» и победителя. Впрочем, если «храбрецами» решат стать оба, то столкновение машин – худший итог для обоих. Как и в случае со мно-

гими опасными играми, мой личный выбор – стратегия избегания риска: я воздерживаюсь. Полагаю, всем нам известны те или иные игры, в которые лучше не играть. Но что, если нам не оставили выбора?

Представьте такой сценарий: я стою рядом со своей машиной и смотрю на дорогу; мой противник делает то же самое неподалеку и поглядывает на меня; где-то в толпе стоит девушка, которую я хочу впечатлить, и неведомо как, но я чувствую, что ей придется не по душе мое зрелое и разумное решение просто удалиться. Так что же мне делать?

Двое наших игроков (названные соответственно *A* и *B*) могут выбрать одну из двух совершенно разных стратегий: «храбрец» или «трус». Если оба выберут участь «труса», никто ничего не получает и не теряет. Если *A* выбирает роль «храбреца», а *B* – роль «труса», *A* получает 10 единиц веселья (под «весельем» можете понимать что угодно), а *B* теряет 1 единицу веселья. Игрок *A* получает одобрение и приветственные крики толпы (это весело), а игрока *B* освистывают (это невесело). Если же и тот и другой решат стать «храбрцами» и столкнутся, то оба потеряют 100 единиц веселья, не говоря уже о времени, потраченном на дорогие кузовные работы и восстановление машин.

| | | |
|-----------|--------------|----------|
| | «Храбрец» | «Трус» |
| «Храбрец» | (-100, -100) | (10, -1) |
| «Трус» | (-1, 10) | (0, 0) |

Где в этой игре точка равновесия Нэша? И есть ли у нас эти точки? Несомненно, если оба игрока предпочтут «струсить», это не равновесие Нэша, ведь если *A* «струсит», выбирать роль «труса» точно не в интересах *B*: ему лучше быть смелым и отчаянным и выиграть 10 единиц веселья. Тем не менее обоюдный выбор стратегии «храбреца» – опять-таки не равновесие Нэша. Если оба будут «храбрыми», они потеряют по 100 единиц веселья, а это наихудший результат, и игроки будут об этом жалеть.

Стоит отметить: если *A* точно знает, что *B* выбрал стратегию «храбреца», он должен сыграть роль «труса», поскольку потеряет меньше, чем в том случае, если тоже решит стать «храбрецом».

А что насчет двух других вариантов? Предположим, *A* выбирает стратегию «храбреца», а *B* – стратегию «труса». Если *A* выберет «храбрость», то выиграет 10 единиц. Ему не следует менять стратегию, ведь он ничего не получит, если «струсит». Если *A* играет как «храбрец», а *B* – как «трус», то *B* потеряет единицу. Но и *B* тоже должен придерживаться неизменной стратегии: если он тоже решит играть как «храбрец» (как *A*), то потеряет 100 единиц веселья (на 99 единиц

больше).

Следовательно, если *A* решает играть как «храбрец», а *B* – как «трус», это (что довольно удивительно) и есть равновесие Нэша: та ситуация, от которой никто не должен отказываться. Проблема в том, что совершенно противоположная ситуация тоже истинна. Иными словами, если они решат поменяться ролями (*B* становится «храбрецом», *A* – «трусом»), тогда такое положение тоже окажется равновесием Нэша по тем же самым причинам. Когда у игры – две точки равновесия Нэша, то начинаются проблемы, поскольку нет возможности узнать, как именно эта игра закончится. В конце концов, если оба выберут свою любимую точку равновесия Нэша и решат стать «храбрецами», они закончат в весьма плачевном состоянии. Но тогда, возможно, они поймут это и решат стать «трусами»? Итак, хотя игра на первый взгляд может показаться простой, на самом деле она довольно сложна – не говоря уже о том, что может произойти, если в дело вмешаются чувства.

Предположим, один из игроков хочет впечатлить кого-нибудь в толпе. Если он проиграет, потеря единицы веселья будет для него меньшим из зол. Он рискует утратить те чувства, которые связывают его с упомянутым зрителем, – и это, возможно, станет большей потерей, чем цена столкновения с другой машиной. Да и никто не любит смотреть, как побеждают другие: многим такие сцены причиняют немалую боль. Так как же нам – при условии, что все это столь слож-

но, – играть в эту игру и как она закончится? Само собой, невозможно надиктовать стратегию, ведущую к победе, но она существует, и ее можно увидеть во многих фильмах. Это «стратегия безумца», и заключается она вот в чем. Один из игроков прибывает на игру мертвецки пьяным. Хотя все и так это видят, он еще и делает на этом акцент, выкидывая пустые бутылки из окна машины по приезде на место встречи. Чтобы выразить свое послание еще яснее, он надевает очень темные очки, и теперь понятно, что он не видит дороги. «Безумный» игрок может даже пойти до конца, открутить руль и выбросить его в окно на полном ходу. Да, это будет самый понятный сигнал.

Так игрок-«безумец» говорит: «Роль “труса” для меня не подходит. Я могу быть только храбрым, еще храбрее, самым храбрым!» На этом этапе другой игрок понимает смысл послания. Теперь он знает, что первый игрок выбрал роль «храбреца», а ему самому, по крайней мере в теории, следует выбрать роль «труса»: с точки зрения и логики, и математики этот вариант окажется для него самым лучшим. И все же нам следует помнить, что люди склонны совершать иррациональный выбор, а есть еще и наихудший сценарий: что случится, если оба игрока выберут «стратегию безумца»? Что, если оба они приедут мертвецки пьяными, наденут темные очки и выкинут рули?

И вот они снова в мертвой точке (каламбур намеренный). А мы в очередной раз понимаем, что игра, которая каза-

лась довольно-таки простой на первый взгляд, на самом деле очень-очень сложна.

Самый знаменитый пример «Игры в труса», приводимый почти в каждой книге по теории игр, – это Карибский кризис. 15 октября 1962 г. руководитель СССР Никита Сергеевич Хрущев объявил о том, что русские намерены разместить ракеты с ядерными боеголовками на Кубе, менее чем в 200 километрах от побережья США. Так Хрущев дал президенту Джону Фицджеральду Кеннеди явный сигнал: «Я здесь, в машине, я еду прямо на тебя. Я в темных очках, я слегка пьян, и скоро я вышвырну руль. А ты что будешь делать?»

Кеннеди призвал команду советников, и те предоставили ему список из пяти вариантов:

1. Не делать ничего.
2. Создать ООН и подать жалобу. (Это как вариант 1, только хуже: вы раскрываете то, что знаете о происходящем, и тем не менее бездействуете.)
3. Устроить блокаду.
4. Выдвинуть русским ультиматум: «Или убирайте ракеты, или США начнет против вас ядерную войну». (По мне, так это самый глупый вариант. Надо стрелять – не говори, а стреляй!)
5. Начать ядерную войну против СССР.

22 октября Кеннеди решил устроить блокаду Кубы. Он выбрал третий вариант из пяти.

Кеннеди шел на риск. Он тоже дал сигнал о том, что пьян, что у него в кармане темные очки и что он может потерять управление, – и тем направил две державы на путь столкновения. Позже Кеннеди говорил о том, что сам оценивал вероятность начала ядерной войны примерно от 33 до 50 %. Это довольно высокая вероятность, если учесть, что ценой вопроса был конец света.

В конце концов кризис разрешился миром. Многие верят, что за этот исход надо благодарить знаменитого английского философа и математика Бернарда Рассела: он написал Хрущеву письмо и сумел его передать. В любом случае Хрущев отступил, что всех удивило, поскольку советский генсек постоянно сигнализировал Западу о том, что может выбрать «стратегию безумца». Рассел понял, что, в отличие от обычной версии «Игры в труса», Карибский кризис был асимметричен. У Хрущева было преимущество – цензура прессы в его стране, и это давало ему возможность отступить. И тот факт, что в Советском Союзе не было свободы печати, позволил спасти Землю от ядерной войны. Когда пресса под контролем, поражение можно представить как победу, и именно так его трактовали советские газеты. Хрущев и Кеннеди нашли достойное решение: русские согласились убрать ракеты с Кубы, а США обещали в будущем разобрать ракеты, размещенные в Турции.

«Дилемма добровольца»

Игра «Дилемма добровольца» – интересное развитие «Игры в труса». Раньше мы уже обсуждали ее «пингвиною» версию. В «Игре в труса» доброволец только приветствуется: если по доброй воле увести машину от предстоящего столкновения, это может принести обоим игрокам великое благо.

Типичная «Дилемма добровольца» включает нескольких игроков, из которых по крайней мере один должен по доброй воле сделать что-то на свой страх и риск или чем-то пожертвовать, чтобы все игроки обрели выгоду; если же никто не вызовется добровольцем, все окажутся в проигрыше.

В своей книге «Дилемма заключенного» (Prisoner's Dilemma) Уильям Паундстоун приводит ряд примеров «Дилеммы добровольца». Скажем, в некоем высотном доме случается перебой в энергоснабжении, и одному из жителей приходится звонить в энергетическую компанию. Это не столь уж сложный акт доброй воли, и, вероятнее всего, кто-нибудь примет меры, чтобы вернуть свет в дом. Но потом Паундстоун усложняет проблему. Предположим, группа людей живет в иглу, где нет телефона. Значит, добровольцу придется брести за помощью пять километров по снегу и холоду. Кто вызовется сам? И как решить эту задачу?

Конечно, порой добровольцы платят слишком высокую цену. В 2006 г. Рой Кляйн, капитан израильских вооружен-

ных сил, осознанно упал на ручную гранату, которую бросили в солдат его взвода. Он погиб на месте, но спас своих бойцов. Ряд таких случаев перечислен в истории американских и английских войн. Что интересно, в уставе армии США даже приводится инструкция для таких ситуаций: если рядом упала граната, солдаты должны немедленно и по доброй воле накрывать ее собой. Это довольно странное предписание. Ясно, что в группе солдат кто-нибудь должен собой пожертвовать, но выяснить, кто именно – это другое дело (если солдат только один и *он* накроет собой гранату – это будет невероятно странно). Видимо, следует предположить: даже если такое предписание существует, его выполняют не все, но кто-то должен подчиниться, и кто-нибудь точно это сделает.

В книге Паундстоуна есть и другой пример. В школе-интернате с очень суровыми правилами группа учеников крадет школьный звонок. Директор созывает всю школу и объявляет: «Если вы выдадите мне вора или воров, я поставлю им двойку за семестр, а все остальные уйдут безнаказанными. Если же никто не выйдет по доброй воле, тогда все получат двойку не за семестр, а за год!»

С рациональной точки зрения кому-нибудь следует стать добровольцем, ведь, если никто этого не сделает, все закончат год с двойкой в табеле. В теории здесь даже сам вор может обрести выгоду, получить двойку только за семестр и не «завалить» целый учебный год. Если бы в этой истории все ученики оказались рациональными теоретиками, тогда

кто-нибудь (и необязательно вор) вызвался бы по доброй воле, принял бы слабый удар и спас бы товарищей. Но опять же, этот человек может прийти к выводу, что каждый думает точно так же, – и не вызваться. В итоге конечно же получается абсурд: учебный год заваливают все.

На самом деле то, как играть в эту игру, ясно не до конца. Впрочем, для «Дилеммы добровольца» есть простая математическая модель. Представьте комнату, в которой находится n человек: все они могут выиграть большой куш, если хотя бы один из них станет добровольцем, но сам он получит приз поменьше.

Несомненно, здесь нет чисто симметричных стратегий Нэша, которым можно было бы следовать: если все остальные вызовутся по доброй воле, зачем это делать мне? В конце концов, если я не приму риск, а кто-то другой его примет, я по-прежнему получаю полный приз. Или воздержаться? Но это тоже не стратегия Нэша. Ведь если не найдется ни одного добровольца, никто ничего и не получит. А значит, именно поэтому мне следует вызваться и получить приз за вычетом моего риска (если допустить, что цена риска меньше ценности приза), а это больше, чем ничего. И все же, пусть чистой стратегии Нэша и не существует, можно найти смешанную: согласно ей, игроки становятся добровольцами при определенных вероятностях. Эти вероятности можно высчитать математически: они имеют отношение к числу участников и разнице между ценностью приза и риском.

Чем выше риск по отношению к ценности приза, тем меньше вероятность того, что люди захотят становиться добровольцами. Это ожидаемый итог. Можно сделать еще один обоснованный вывод: чем выше число игроков, тем меньше каждый хочет брать на себя роль добровольца, ведь возрастает ожидание того, что это сделает кто-то другой.

Кстати, здесь нам видны истоки так называемого «эффекта свидетеля».

Но все же мысли о том, что «это сделает кто-то другой», могут повлечь ужасный итог. Одним из самых известных примеров ситуации, при которой все ждут, что первый шаг сделает кто-то еще, стал случай Китти Дженовезе. В 1964 г. ее убили в Нью-Йорке, в ее же доме. Десятки соседей стали свидетелями преступления, и при этом никто не только не вмешался (ведь добровольцы могут заплатить дорогой ценой), но и даже не вызвал полицию (то есть не стал добровольцем при нулевых рисках). Сложно понять, о чем думали соседи, но факт есть факт: никто и никогда не вызывается по доброй воле даже на такое простое дело, как звонок в полицию²¹. С точки зрения социальных и психологических наук подобные случаи объяснимы лучше, чем с позиций математических моделей. Можно предположить, что готовность людей стать добровольцами зависит от уровня сплоченности

²¹ К настоящему времени стало известно, что в изначальных публикациях в прессе эта мрачная история была искажена. На самом деле несколько человек звонили в полицию; при этом большинство свидетелей слышали лишь отдаленные крики и не осознавали, что происходит что-то серьезное. — *Примеч. ред.*

в их группе или обществе, а также от их собственных социальных ценностей.

Как бы там ни было, но в 1974 г. в том же городе и в схожих обстоятельствах была убита Сандра Цалер, и снова... соседи слышали все, но никто ничего не сделал. И потому феномен невмешательства и диффузии ответственности часто называют «синдром Дженовезе».

Другим примером «Дилеммы добровольца» был эксперимент, проведенный научным журналом Science. Читателей просили присылать письма, в которых было бы указано, как много денег те хотят получить – \$20 или \$100. Им обещали выплатить запрошенную сумму при условии, что доля читателей, запросивших \$100, не превысит 20 %. В ином случае никаких денег не получит никто.

С какими соображениями я приступал бы к этой игре? Безусловно, \$100 больше, чем \$20. Но я понимаю: если каждый попросит \$100, мы все останемся ни с чем. Все остальные должны понимать это так же, как я, и скорее всего, они запросят не \$100, а \$20. И кажется, вероятность того, что я стану той самой «последней каплей» – иными словами, тем, из-за кого доля жадных читателей превысит границу 20 %, – весьма низка. Попрошу-ка я, наверное, \$100. Конечно, я могу потерять все, если многие решат так же... А на самом деле треть людей, приславших письма, попросили \$100, и журнал сберег много денег.

Сказать по правде, никто не планировал использовать в

эксперименте настоящие деньги. Журнал исходил из почти безошибочного предположения об успехе. И теоретики игр, и, даже более того, психологи могли бы с легкостью успокоить редакторов: вероятность того, что \$100 попросят менее 20 % читателей, была довольно мала.

И все же ничто не бывает так просто, как кажется на первый взгляд. Вместе со студентами я экспериментировал с этой дилеммой много раз – и вот каким образом. Я просил их передать мне листки с указанием того, на сколько они хотели повысить свои баллы – на один пункт или на пять пунктов, – с условием, что они получают просимое, если менее чем 20 % попросят поднять их баллы на пять пунктов, но если 20-процентный лимит будет превышен, то все останется как есть. И моим студентам никогда не удавалось получить эти баллы – за исключением одного-единственного раза, когда я провел этот эксперимент в классе психологии.

10. Ложь, гнусная ЛОЖЬ И СТАТИСТИКА

В этой главе я представлю ряд средств и приемов, которые помогут нам лучше разобраться в статистических данных и научат нас точнее определять статистические погрешности – ведь, к сожалению, при помощи скверной статистики можно «доказать» почти что угодно без особых проблем. А в качестве примеров я приведу забавные и яркие ситуации из нашей повседневной жизни.

Когда приходит время принимать решения, мы часто обращаемся к числам – к великому множеству чисел. Дисциплина, которая занимается анализом и пониманием чисел, известна под названием «статистика».

Литератор Герберт Уэллс (1866–1946) предсказал, что «придет время, когда статистическое мышление будет необходимо любому деятельному гражданину». И правда, статистика сейчас проникла повсюду: стоит только раскрыть газету, посмотреть новости или выйти в интернет, как на вас тут же обрушивается лавина терминов и чисел.

Устремленный к статистике

Несколько лет тому назад я прочел в одной крупной газете заметку о том, что превышение скорости не приводит к несчастным случаям. Это допущение было основано на данных статистики, по которым только в 2 % всех ДТП, случившихся с автомобилями, скорость машин составляла более 100 км/ч. Значит, говорил автор, можно сделать вывод о том, что 100 км/ч – это в высшей степени безопасная скорость вождения. Безусловно, этот вывод, хоть и напечатан в газете, абсолютно неправилен. Ведь если это правда, зачем нам тогда предел в 100 км/ч? Спойте весело грустную песенку! По моим данным, на скорости 300 км/ч вообще не происходило никаких несчастных случаев! Так почему бы государству не установить ее верхней границей? Я даже хотел бы издать закон, обязующий каждого ездить со скоростью не ниже чем 300 км/ч, и назову его в свою честь: закон Шапиры!

Да, заметка была серьезной, но в ней не оказалось некоторых ключевых данных – например, никто ничего не сказал о том, как выражается время езды с такой скоростью в процентном отношении. А только зная его, мы сможем выяснить, безопасна ли эта скорость или довольно рискованна. Например, если время езды с такой скоростью составляет всего 2 % всего времени, проведенного за рулем, и если за это самое время происходит 2 % всех аварий, тогда это «нор-

мативная» скорость: она не безопаснее и не опаснее других.

Недавно в Израиле опубликовали исследование, где говорилось, что женщины водят лучше мужчин. Может, это и так, но исследователи основывали свое заключение на довольно странном доводе, а именно на том, что мужчины попадали в более серьезные аварии. Сам по себе этот факт говорит нам очень мало. Предположим, что во всем Израиле только две женщины-водители и что каждый год с их участием происходит 800 серьезных аварий, а водителей-мужчин – миллион и они вовлечены в 1000 аварий. Значит, среднее количество аварий в расчете на женщину составляет 400 в год (больше одной аварии в день). На таком основании я бы не назвал их хорошими водителями. А вы?

Кстати, если верить статье, опубликованной на сайте The Telegraph в воскресенье, 21 февраля 2016 г., то женщины все же водят лучше мужчин, по крайней мере в Великобритании. Там говорится, что «женщины превзошли мужчин не только на тестах по вождению, но и по итогам анонимного наблюдения, проведенного в одном из самых загруженных участков Лондона – Гайд-парк-корнер».

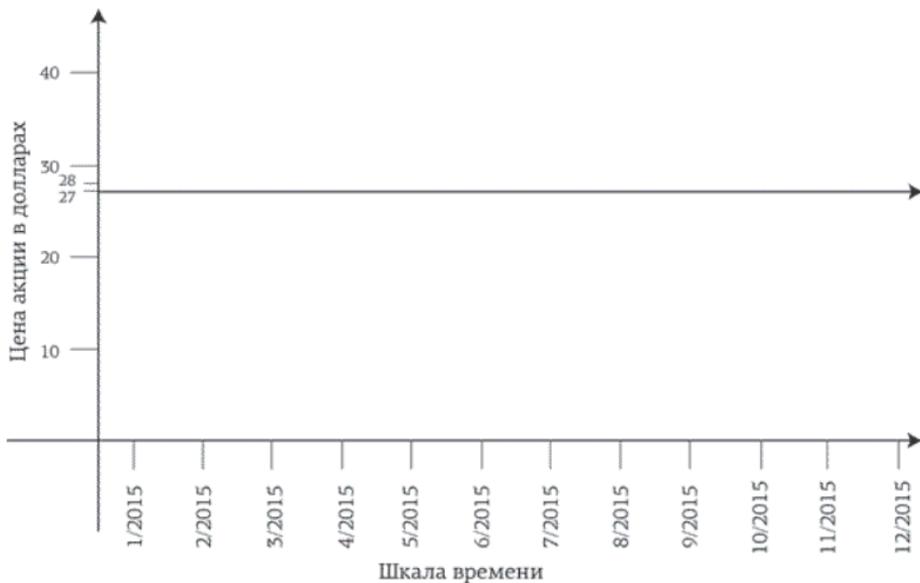
Графики и ложь

А вот пример игры с данными в графических презентациях. Предположим, цена акций некой компании поднялась за период с января 2015 г. по январь 2016 г. с \$27 до \$28. В на-

шу эпоху господства компьютеров люди любят демонстрировать такие явления на графиках и презентациях. И как сделать это хорошо? Это зависит от вашей аудитории.

Если презентация делается для налоговой компании, рекомендованным будет первый же график, представленный ниже.

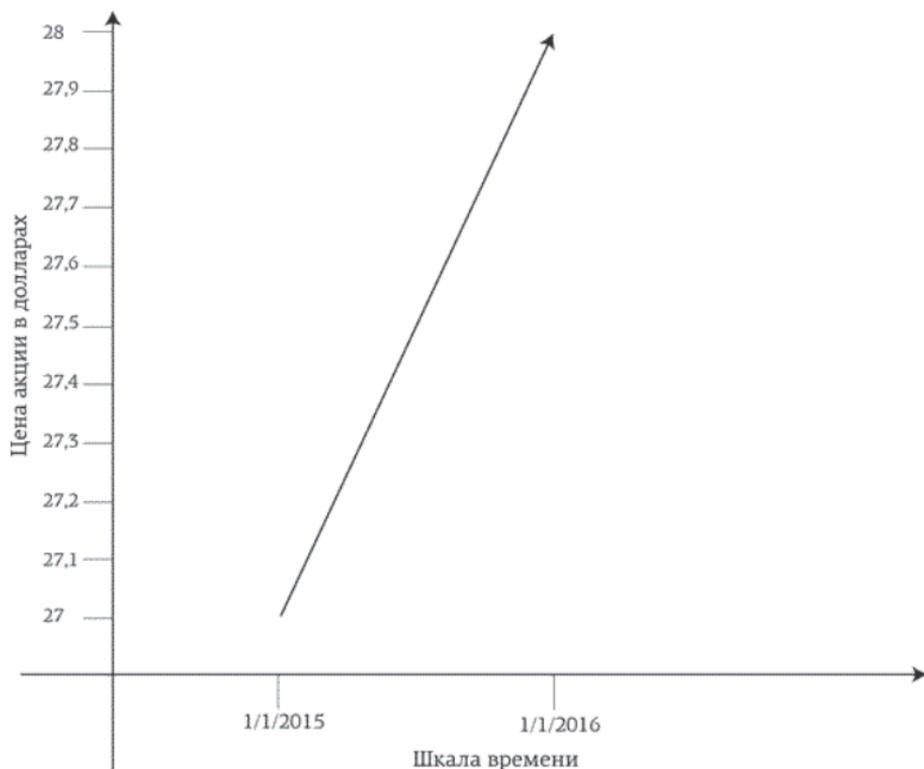
Как видите, здесь все не так радужно. График скорее похож на пульс покойника. Он может разбить сердце даже самых закаленных агентов Налогового управления.



Если бы ту же информацию требовалось представить руководству компании, я бы слегка изменил график и сделал

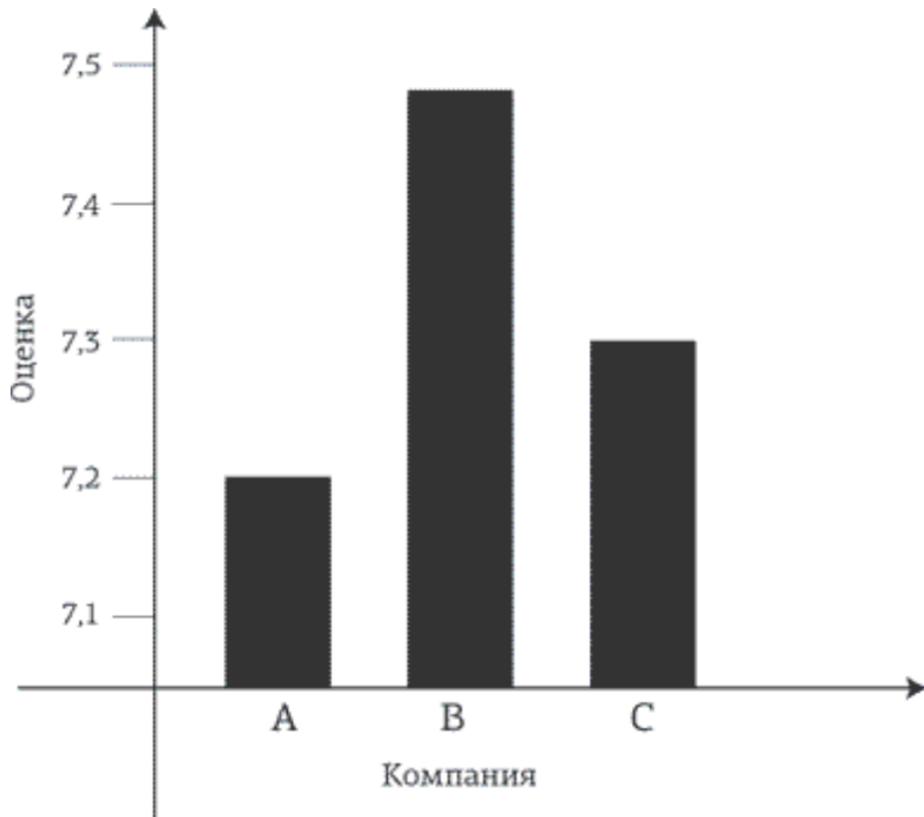
его вот таким.

Видите, какая стрела? Она показывает не только то, что цена акций взлетела до небес, но и то, что эта цена продолжает подниматься!



Эти две презентации различаются шкалой – той измерительной линейкой, которую мы выбираем. Толика воображения и усилий – и все можно представить наилучшим образом для нас.

Как-то в телерекламе я увидел вот такую графическую презентацию: она представляла «уровень довольства» клиентов – то, насколько те удовлетворены работой трех обслуживающих компаний. Само собой, компания, которая спонсировала рекламный ролик, получила высшую оценку – 7,5 из 10, в то время как ее конкуренты – 7,3 и 7,2 соответственно. На графике не показали, сколько клиентов составили выборку, и мы не можем узнать, реальна ли разница между тремя компаниями.



Колонки создают впечатление того, что спонсор ролика на голову превосходит конкурентов. Интересно, кто-нибудь раскусил это?

Бенджамин Дизраэли (1804–1881), вероятно, был прав, когда сказал, что есть три вида лжи: ложь, гнусная ложь и статистика. Впрочем, если по правде, то эта история, скорее всего, тоже ложь. Эту ремарку приписывал британскому премьер-министру Марк Твен (1835–1910), но никто и никогда

не слышал того, чтобы Дизраэли произносил это знаменитое высказывание, и ни в одном из его сочинений такой фразы не нашли.

Парадокс Симпсона

В 1973 г. исследователи, решившие изучить жалобы на гендерные предрассудки в Калифорнийском университете в Беркли, выяснили, что, после того как примерно 8000 мужчин и 4000 женщин подали документы в аспирантуру, доля мужчин, которых туда принимали, оказалась намного выше доли женщин. На университет подали в суд за предвзятость. Но была ли здесь дискриминация женщин на самом деле? Исследователи проверили данные приемных комиссий по отдельным факультетам и выяснили вот что: если и была причина для обращения в суд, то по поводу совершенно иной дискриминации! Все факультеты отдавали предпочтение женщинам – и, если судить в процентном отношении, принимали их чаще, чем мужчин.

Если вам не знакома статистика (или законы исчисления дробей), это может показаться невозможным. Если бы все факультеты проявили предвзятость и оказывали благосклонность женщинам, тогда и весь университет проявил бы такие же гендерные предрассудки – а все обстояло совершенно иначе.

Английский статистик Эдвард Симпсон (1922–2019) опи-

сал этот феномен в своей статье, вышедшей в 1951 г. и озаглавленной «Интерпретация взаимодействия в таблицах сопряженности»²². Сегодня мы называем это явление парадоксом Симпсона, или эффектом Юла – Симпсона (Удни Юл, статистик из Великобритании, уже упоминал о похожем эффекте в 1901 г.). Я объясню это без практических данных Беркли – с помощью простой гипотетической версии.

Предположим, у нас есть университет, в котором только два факультета – математический и юридический. Пусть 100 женщин и 100 мужчин подают документы на факультет математики, куда проходят 60 женщин (или 60 %) и 58 мужчин (58 %). Кажется, на математическом женщины в фаворе. На юридический подают документы 100 женщин, совершенно других, из них проходят 40 (40 %); что же касается мужчин, то юриспруденцию хотят изучать всего трое, а проходит только один. Один из трех – это меньше чем 40 %, и создается впечатление, что оба факультета предпочитают брать к себе женщин. Но если мы посмотрим на общие цифры по университету, то окажется, что из 200 женщин, подавших документы, принято 100, то есть 50 %, а из 103 мужчин, подавших документы, принято 59, то есть больше 50 %.

И как все это объяснить?

Вместо того чтобы переходить к техническим сложностям, позвольте привести интуитивно понятное объяснение.

²² См.: *Simpson E. H. The Interpretation of Interaction in Contingency Tables // Journal of the Royal Statistical Society. 1951. Series B 13. P. 238–241.*

На основании имеющихся данных видно, что юридический факультет относится к поступающим намного суровее. И когда много женщин (100) подают документы на юридический факультет, отношение поступивших к общему числу, выраженное как 60 %, становится гораздо менее ценным. Поскольку равное количество женщин подает документы на каждый факультет, общее процентное отношение женщин, принятых в университет, к женщинам, подавшим документы, – это среднее арифметическое от 60 и 40, то есть 50. Но по причине того, что все знают, сколь суров и жесток юридический факультет, документы туда подают только трое мужчин, а поступает только один (и ничего бы не изменилось, если бы не поступил никто) – и это почти никак не влияет на процентное соотношение мужчин, принятых на математический факультет, к мужчинам, подавшим туда документы.

Вывод: да, оба факультета отдавали предпочтение женщинам. Но именно потому, что на юридический факультет, где процент зачисленных ниже, пытались поступить в большинстве своем женщины, а мужчины почти не шли, при объединении процентных соотношений доля мужчин действительно оказывается больше.

Сказать по правде, парадокс Симпсона сообщает нам кое-что очень простое о законах дробей. Приведенные ниже строки – это не более чем та же самая история, только в виде дробей:

$$60/100 > 58/100$$

и также

$$40/100 > 1/3,$$

но

$$(60 + 40) / (100 + 100) < (58 + 1) / (100 + 3)$$

Один мудрый человек как-то сказал, что статистика напоминает ему женщин в бикини: все, что открыто, очень мило и греет душу, но самое важное остается скрытым.

Примеров масса. Можно представить двух баскетболистов, Стефа и Майка. Пусть Стеф, по статистике, два года подряд делает больше точных бросков, чем Майк (в процентном отношении ко всем совершенным броскам), но общая статистика за два года все равно показывает, что Майк превосходит Стефа в меткости. Взгляните на таблицу.

| | 2000 | 2001 | Общий итог |
|------|-------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| Стеф | 60 точных бросков из 100: 60% | 40 успешных бросков из 100: 40% | 100 точных бросков из 200: 50% |
| Майк | 58 точных бросков из 100: 58% | 2 успешных броска из 10: 20% | 60 точных бросков из 110: 54,5% |

Я сделал этот пример очень похожим на предыдущий: так ясна суть самого явления. Согласно таблице, в процентном отношении Стеф делал больше точных бросков и в 2000 г., и в 2001-м, но, если взять данные в общем за два года, ока-

жется, что в меткости Майк его превосходит.

Можно еще представить двух консультантов по инвестициям, один из которых превосходит другого (в процентном отношении доходных портфолио) в первом полугодии, да и во втором полугодии, если взглянуть на процентное отношение, его результаты тоже лучше; но стоит подсчитать процентное отношение выгодных портфолио за весь год – и окажется, что оно выше у другого.

Когда я впервые узнал об этом парадоксе, мне привели в пример две больницы вот с такими данными. Было известно, что мужчины чаще предпочитали проходить осмотр в больнице *A* и избегать больницы *B*, поскольку показатели мужской смертности в больнице *A* были ниже. Да и женщины, поступавшие в больницу *A*, тоже жили дольше, нежели в больнице *B*. Но, как только сравнили данные в общем по мужчинам и женщинам, оказалось, что в больнице *B* показатели смертности меньше, чем в больнице *A*. С радостью приглашаю моих умных читателей вписать числа в таблицу, представленную ниже, и посмотреть, как все это работает.

| | Мужчины | Женщины | Общий итог |
|-------------------|---------|---------|------------|
| Больница <i>A</i> | | | |
| Больница <i>B</i> | | | |

Проценты как они есть

Одна из проблем интерпретации численного анализа – это тот факт, что мы склонны думать о процентах как об абсолютных величинах. Например, мы чувствуем, что 80 % больше, чем 1 %. И тем не менее, если бы кто-нибудь предложил нам выбрать 80 % акций крошечной компании или 1 % акций такого гиганта, как Microsoft, мы бы очень скоро поняли, что процентные выражения – это не то же самое, что доллары.

Что мы пытаемся сказать такой фразой: «Он смазал сто-процентный выстрел!»?

В чем смысл слов: «Этот препарат на 17 % снижает вероятность сердечного приступа у 30 % курильщиков»?

Как выгоднее приобретать товары: со скидкой 25 % или со скидкой 50 % за каждый второй купленный товар? Почему?

Там, где дело касается процентных отношений, решение нужно принимать очень осторожно.

Примеры процентных отношений могут довести нас очень далеко – и даже до фондовой биржи. Когда мы слышим, что та или иная акция возросла на 10 % или упала на 10 %, нельзя считать, что цена акции вернулась туда же, где и была вначале. Если наша акция стоила \$100 и возросла на 10 %, то теперь она стоит \$110. Если на этом этапе она падает на 10 %, то на самом деле она начинает стоять на \$11

меньше, то есть \$99 (что любопытно, то же самое получится, если акция сперва упадет в цене на 10 %, а потом на них же возрастет). Этот разрыв будет еще ярче, если та же акция сперва возрастет, а потом упадет на 50 % (тогда она будет стоить \$150 и \$75), а драматическая кульминация – это возрастание и падение на 100 %. В последнем сценарии цена акции сперва удвоится, а потом перестанет существовать.

Многие не понимают, что если их акция возросла в цене на 90 %, а потом упала на 50 %, то они на самом деле потеряли в деньгах. В это сложно поверить? Давайте разберемся. Представьте, что ваша акция стоит \$100 и потом возрастает на 90 %: теперь она стоит \$190, так? Потом она падает в цене на 50 %, то есть теперь она стоит только \$95. Если финансовый менеджер расхваливает рекомендованную им акцию, рассказывая о том, что она поднялась в цене на 90 %, а потеряла всего 50 %, многие могут решить, что за год приобрели выгоду 40 %. Никто и никогда не верит в то, что может проиграть.

И если даже в процентных отношениях мы уже начинаем блуждать, просто представьте, что происходит, когда мы переходим в мир вероятностей (как правило, грядущих событий).

Вероятность, Библия, 9/11 и отпечатки пальцев

Как-то раз один ученый показал мне ловкий трюк. 50-я

буква в Книге Бытия на иврите – *T*. Отсчитайте еще 50 букв – и вы окажетесь на букве *O*. Еще 50 букв – и мы на *P*, а 200-я буква (еще плюс 50) – *A*. Произнесем все вместе... ТОРА! Слово на иврите, призванное обозначить Пятикнижие, или Учение! Случайное ли это совпадение? Или так было задумано? Когда-то в прошлом люди часто развлекались, прочесывая Библию на предмет самых разных интервалов, исполненных скрытого смысла, и на эту тему даже писали книги и статьи. Так правда ли Священное Писание содержит тайные послания наподобие этого? Если оставить в стороне богословские аспекты, то это прежде всего статистический вопрос, который мы можем задать и о других пространственных книгах, таких как та же «Война и мир». Не содержатся ли в них интересные комбинации? Что же, скорее всего, они там есть. Множество любопытных распределений таят в себе и «Моби Дик», и «Анна Каренина», и много других больших-больших книг. (Просто представьте, сколько их можно найти в романе «В поисках утраченного времени», семитомном сочинении Марселя Пруста!)

После террористических атак 11 сентября 2001 г. жители Нью-Йорка были поражены совпадением случайных «фактов», возникших вокруг злодеяния. Например, номер рейса первого самолета, который врезался во Всемирный торговый центр, – 11! В сочетании «Нью-Йорк Сити» 11 букв, равно как и в английском написании слова «Афганистан» (Afghanistan), и в имени президента Буша

(George W. Bush). Кроме того, 11 сентября – это 254-й день года. «И что?» – спросите вы. Как что? $2 + 5 + 4 = 11!$ Даже форма башен-близнецов напоминает число 11. Вот теперь и правда становится страшно!

Еще одна интересная проблема, косвенно с этим связанная, – раскрытие преступлений по отпечаткам пальцев. Я выступаю в защиту такого мнения: когда суды готовятся предъявить кому-либо обвинение, поскольку его отпечатки пальцев совпали с теми, что нашлись на месте преступления, сперва неплохо бы подумать о том, сколь густо населена округа. Насколько мне известно, совпадения по отпечаткам пальцев никогда не бывают идеальными: совпадает лишь определенное количество идентичных форм. (Возможно, вы помните, как сказал Бенджамин Франклин: уверенным быть можно в двух вещах – в налогах и в смерти. Об отпечатках пальцев он не упоминал.) Вероятность того, что совпадут неидентичные отпечатки, составляет 1:100 000 или 1:200 000, в зависимости от того, что за книгу вы держите в руках. Итак, если отпечатки найдены на месте преступления в поселке, где проживают двести человек, и у нас есть подозреваемый, чьи отпечатки совпадают с найденными на месте преступления, тогда шанс того, что мы нашли преступника, весьма высок: вряд ли мы найдем в этом городишке другого жителя с такими же пальчиками. Но, когда этот метод применяют к преступлению, совершенному, скажем, в Нью-Йорке или Токио, разумно предположить, что там мы можем найти

гораздо больше людей со схожим паттерном отпечатков.

О средних величинах и медианах

Хотя средние величины часто упоминаются в самых разных повседневных контекстах, мне кажется, что «среднее» – это одна из самых запутанных проблем в мире статистики. Например, нам скажут, что средняя месячная зарплата в условном Хэппиленде – стране счастливой жизни – составляет \$100 000. Что это значит? Я спросил нескольких умных людей, и оказалось, что многие понимают это так: примерно у 50 % жителей Хэппиленда доход превышает \$100 000, а у другой половины он ниже этой отметки. Конечно же это ошибка. Величина, разделяющая население надвое, – это не среднее, а *медиана*. Что же до средней величины, о которой упоминалось выше, то очень вероятно, что в стране есть горстка избранных с баснословными доходами, гораздо выше уровня \$100 000, а все остальные – большинство – зарабатывают меньше. Представим такую картинку: семеро работают в гипотетическом филиале банка. У шестерых обычные зарплаты, а у менеджера – \$7 млн. Выходит, средняя зарплата по банку – более \$1 млн. Да, как-то так – ведь даже если мы возьмем одну только зарплату менеджера и разделим ее на семь равных частей, у нас в каждой части будет по миллиону, значит, реальная средняя величина должна быть выше. В этом примере только один человек получает больше

остальных, а все остальные получают меньше, и, как видно, доходы меньше средней зарплаты не у половины сотрудников, а у гораздо большего их числа. Известен тот факт, что в некоторых странах только у 30–40 % работников заработная плата больше средней.

Со средней величиной есть проблема: она очень чувствительна к крайним значениям. Если наш менеджер удвоит даже только свою зарплату – и никто другой при этом не получит ни гроша, – средняя зарплата равно так же практически удвоится. Впрочем, медиана (не забывайте, что медиана – это «срединная» величина в перечне чисел, выстроенном от самого малого к самому большому) создает противоположную проблему. Такое же повышение зарплаты менеджера не окажет на медиану никакого влияния: она совершенно нечувствительна к крайним значениям. И если мы хотим показать ситуацию в численно обоснованном виде, то должны представить и медиану, и среднюю величину, а также стандартное отклонение и форму распределения. Любопытно: когда данные о зарплате появляются в новостях, почти всегда сообщают о «средней зарплате» или о «средних расходах среднестатистической семьи» (надеюсь, теперь вы понимаете причину). Безусловно, редакторы новостей чувствуют, что им не следует углубляться в статистические сложности: это разве что заставит зрителей переключить канал. Но вы, мои любезные читатели, не должны делать никаких умозаключений на основе этих данных. Ясно, что статистик, стоя одной

ногой в ледяной воде, а другой – в кипятке, блаженствует (в среднем).

Среднестатистический казначей

Как-то раз я слышал репортаж о министре финансов некоей страны, который, судя по его цитируемой фразе, надеялся, что наступит день, когда все рабочие в его стране начнут зарабатывать больше, чем в среднем по стране (иногда автором этой «мудрости» называют Билла Клинтона). Должен признать, это блестящая идея. Можем только пожелать этому казначею долгих лет жизни – она ему понадобится, если он намерен дождаться дня исполнения своей мечты. В ответ на этот рассказ один из читателей предположил, будто казначей не в курсе, что такое средняя величина, и любезно объяснил: «50 % работников зарабатывают больше среднего, а 50 % – меньше». Само собой, он тоже не особенно разбирался в статистике – и спутал среднюю величину с медианой.

Среднестатистические водители

В другой раз я читал статью, автор которой, журналист, в статистике вроде как должен был разбираться по долгу службы. Он утверждал, будто каждый считает, что водит «лучше среднего», и объяснял, что такая ситуация математически

невозможна. Он был неправ. И объяснить почему – очень просто. Скажем, пусть четверо из пяти водителей за последний год попали в аварию по разу, а пятый – 16 раз. Выходит, в общем все пятеро водителей попадали в аварии 20 раз, и средняя величина аварий на каждого водителя – 4. Получается, четверо из пяти (то есть 80 %) водят лучше среднего! В следующий раз, когда прочтете, что все считают себя водителями лучше среднего, не отвергайте это утверждение так быстро. Кто знает? Возможно, они правы – по крайней мере, статистически.

Говори за себя

Один из самых странных и самых интересных фактов о статистике заключается в том, что многие люди, никогда ее не изучавшие, верят в то, что они ее понимают (покажите мне человека, который никогда не изучал дифференциальные уравнения в частных производных или функциональный анализ – и тем не менее уверяет, будто знает эти дисциплины). Люди часто бросают в разговоре реплики вроде: «Числа говорят сами за себя». Это глупо. Я никогда не слышал, чтобы число 7 говорило за себя или вело задушевные беседы с числом 3. А вы?

Увлекательное чтение

В этом контексте я хотел бы упомянуть две из моих любимых книг. Первая – «Математик за газетой»²³, в которой Джон Аллен Паулос объясняет, почему он (математик) читает новостные сводки совершенно иначе, нежели среднестатистический (медианный) человек. Вторая – чудесная книга Даррела Хафа «Как лгать при помощи статистики»²⁴. Я часто обращаюсь к ней, когда начинаю проводить уроки по статистике: она помогает студентам не так сильно ненавидеть предмет.

²³ *Paulos John Allen. A Mathematician Reads the Newspaper: Making Sense of the Numbers in the Headlines. Penguin, London, 1996; Basic Civitas Books, 2013; Darrell Huff. How to Lie with Statistics, revised edition, Penguin, London, 1991.*

²⁴ Выходила на русском языке в изд-ве «Альпина Паблишер» в 2015 г. – *Примеч. ред.*

11. Вопреки всему

В этой главе мы выясним, что именно подразумеваем, говоря о шансах, побросаем монетки и кубики, обсудим значение вероятности на операционных столах, поможем врачам не ставить неверные диагнозы и попытаемся пройти проверку на детекторе лжи – так, чтобы наша ложь осталась незаметной.

Обратная сторона монеты

На первый взгляд кажется, что концепция «шансов», или «вероятностей», довольно проста. Мы и впрямь довольно часто говорим что-нибудь вроде: «Завтра, вероятно, будет снег», «Шанс на то, что я займусь спортом в ближайшие 45 лет, весьма невелик», «Вероятность выкинуть шестерку при броске кубика – один к шести», «Вероятность того, что будущим летом начнется война, только что удвоилась» или «После такого он, наверное, никогда не восстановится». И все же стоит только приступить к изучению концепции – и все оказывается намного более запутанным и сложным.

Начнем с простейшего примера: подбрасывания монеты. На вопрос о том, какова вероятность выпадения орла при броске монеты, любой, само собой, ответит, что орлы выпа-

дут примерно в половине бросков. Возможно, это правильный ответ, но путаница возникает сразу же после того, как мы спросим: «Почему вы сказали “половина”? На каком знании основан этот ответ?»

Когда я провожу семинар или лекцию по теории вероятностей, слушатели всегда дают один и тот же ответ: «Есть только два варианта: орел или решка. Значит, шансы – 50 на 50, или половина случаев при каждом подбрасывании». Здесь я снова усложняю им жизнь и предлагаю другой пример. Поскольку мы говорим о вероятностях, Элвис Пресли может войти к нам в аудиторию и спеть *Love Me Tender* – или не может. Опять же, здесь два варианта – но я бы не сказал, что шансы составляют 50 на 50. Можно подумать и о других вещах, не столь очаровательных. Прямо сейчас, пока я пишу эти строки, потолок над моей головой может обрушиться и упасть – но, опять же, может и не упасть. Если бы я считал, что шансы любого исхода – 50 на 50, я бы выбежал из комнаты сломя голову, хотя мне и нравится писать. Или еще пример: моему другу удалили миндалины. У нас снова два варианта: либо он переживет операцию, либо нет. Все его друзья надеялись на счастливый финал и были почти уверены в том, что в этом случае шансы на благополучный исход гораздо выше, чем 50 %.

Мы могли бы привести немало примеров, но принцип ясен: даже когда вариантов исхода только два, шансы необязательно составят 50 на 50. Даже если эта идея генетически

впечатана в наш разум, тесная связь двух вариантов и шансов 50 на 50 почти всегда оказывается неверной.

Так почему же тогда люди говорят, что подброшенная монета в половине случаев упадет вверх орлом, а в другой половине случаев – решкой? Правда в том, что у нас нет возможности узнать это достоверно. Это вам не «факт Бенджамина Франклина». Если мы хотим проверить, действительно ли шансы составляют «половину», нам следует нанять новоиспеченного пенсионера с массой свободного времени, дать ему монету и попросить подбросить ее много-много раз (можем объяснить, что это трудотерапия). И мы должны проводить этот опыт очень долго, ведь если мы подбросим монетку, скажем, раз восемь, то, скорее всего, получим всевозможные результаты. Мы можем шесть раз выбросить орла и только два раза – решку; или семь раз – орла, а решку – лишь однажды или *наоборот*; или выбросить и орла, и решку по четыре раза или в любом другом сочетании. И тем не менее, если подбросить монетку тысячу раз, итоговое соотношение составит примерно 1:1 – орел и решка выпадут примерно по 500 раз. А если в итоге мы получим 600 орлов и 400 решек, то можем заподозрить, что монета была повреждена – и именно из-за этого повреждения шанс того, что она упадет на одну сторону, больше, чем шанс того, что она упадет на другую. В этом случае можно предположить, что вероятность выбросить решку составит примерно 0,6.

Итак, мы стали свидетелями тому, что даже такой простой

объект, как монета, может стать причиной немалых проблем. А мы ведь еще даже не начали задавать серьезные вопросы. Например, мы могли бы спросить: почему, если подбросить обычную монету тысячу раз, выпадет приблизительно 500 орлов и 500 решек? У монет нет памяти! Ни один бросок не находится под влиянием предыдущего! Монета, четыре раза подряд упавшая орлом, не может подумать: «Ну все, хватит! Время проявить разнообразие и уравнять счета». Почему мы не можем долго получать орла за орлом – или решку за решкой? Почему числа предпочитают «выравниваться»? (Это пища для размышлений.)

Игра в кости

То, почему исходы броска монеты сходятся в предсказуемый паттерн, отчасти объясняет приведенная ниже история. Одного человека (не стану называть его имени) попросили бросить кубик сто раз и сообщить, как все прошло. Он сказал, что каждый раз выбрасывал шестерку. Конечно, мы ему не поверили. Но если бы он, скажем, назвал такие исходы: 1; 5; 3; 4; 2; 3; 5 и так далее – мы вполне могли бы согласиться с тем, что он говорит правду. Может быть, мы бы даже спросили себя: зачем он называет нам это случайное множество чисел? Этот исход такой скучный! И все же шансы получить какой-либо из этих двух особенных исходов идентичны. По сути, вероятность прийти к каждому из них составляет точ-

но $1/6^{100}$, одну шестую в сотой степени, и практически равна нулю. (Возможно, это тоже заставит нас задуматься над тем, почему события с почти нулевой вероятностью все-таки происходят. Это на самом деле вопрос обо всем, ведь если посмотреть отстраненно, то почти всего, что происходит с нами – начиная с нашего рождения на свет, – не должно было случиться, но все же все это произошло.)

Так почему мы не верим в то, что шестерка может выпасть сто раз подряд, а вторую последовательность находим вполне разумной? Сколько очков, по наибольшей вероятности, выпадет на кубике при первом броске – 6 или 1? Совершенно ясно, что никакого различия нет. А что насчет второго броска? Что более вероятно: 6 или 5? И здесь снова нет отличий – вероятность обоих событий одинакова.

В чем же тут дело?

Здесь можно запутаться и угодить в ловушку, но суть в том, что мы говорим о совершенно идеальной последовательности шестерок, которой на самом деле очень трудно достичь, – и о смешанной последовательности, получить которую очень легко. Но *определенная* смешанная последовательность столь же редка, как и идеальная.

Вероятности на операционном столе

Рассмотрим медицинский пример. Пусть шансы на успешное завершение некоей хирургической операции со-

ставляют 0,95. Что это означает? Во-первых, мы должны понять: при обсуждении частоты успешных операций (и схожих проблем) нам следует обеспечить как можно большую выборку. Такая вероятность может что-то означать для хирурга, но пациенту она ясна не до конца. Предположим, у некоего хирурга в предстоящем году назначена тысяча операций и он знает, что 950 из них окончатся успешно, а 50 – нет. Впрочем, пациент вовсе не собирается проводить на себе несколько сотен операций, и такая вероятность успеха интересна ему с иной стороны. Ему предстоит только одна операция, и она либо завершится успехом, либо нет. И тем не менее будет неправильно говорить о том, что его шансы составляют «50 на 50»: они и для него равны 95 %. Но что это значит в точности?

Предположим теперь, что наш хирург – знаменитейший врач, который берет \$70 000 за свои услуги. Но у пациента есть выбор: он знает другого врача, у которого доля успешных операций – как и всегда, основанная на его достижениях до настоящего времени, – составляет 90 %. Страховая программа пациента может полностью покрыть вознаграждение второго врача, а значит, для пациента операция будет совершенно бесплатной. Какого хирурга вы бы выбрали? А если бы доля успешных операций у хирурга, работающего по страховой программе, составляла лишь 17 %? Что тогда? Где бы вы провели черту?

Кристиан Барнард (1922–2001), южноафриканский кар-

диохирург, впервые успешно провел операцию по пересадке человеческого сердца. Луис Вашканский, пациент, которому предстояло стать первым в мире человеком, прошедшим такую операцию, при встрече спросил доктора о том, каковы шансы на успешный исход. «Восемьдесят процентов», – тут же, без колебаний, ответил Барнард. Что он хотел этим сказать? Это была первая операция по пересадке сердца живому пациенту во всей истории человечества! Подобной операции еще не проводили прежде, она была беспрецедентной! В прошлом никто ничего подобного не делал, ее не с чем было сравнить, не было никаких достижений, о которых можно было бы говорить, – так что в таком случае означал уверенный ответ Кристиана Барнарда?

Как и большинство людей, врачи слишком часто неверно понимают концепцию вероятностей (разве что в их случае это опаснее). В своей книге «Иррациональность»²⁵, впервые опубликованной в 1992 г., британский психолог и литератор Стюарт Сазерленд упоминает одно исследование, проведенное в США. Врачам рассказывали вот о такой гипотезе. Как полагают, некий тест способен проявить особую болезнь. Если человек болен, вероятность того, что тест это покажет, составляет 92 %, или 0,92. Потом врачей спросили: «Какова вероятность того, что пациент и правда болен, если тест дал

²⁵ Книга, написанная в 1991 г., вышла в новом издании с предисловием Бена Голдакра: *Sutherland Stuart. Irrationality: The Enemy Within. 21st anniversary ed. Pinter & Martin, London, 2013.*

положительный результат?» И это поразительно – по крайней мере, для людей, знающих математику, – но врачи совершенно не поняли, что их спрашивали о двух совершенно разных вещах. Как им казалось, вероятность болезни пациента при положительном исходе теста тоже равнялась 92 %. (Версии этого вопроса появляются во многих учебниках по теории вероятностей для студентов, изучающих естественные науки. Я уже не говорю о том странном факте, что в медицинских терминах «положительный» исход – это наличие у вас болезни.)

Вот простой пример, который объяснит, какую ошибку допустили врачи. Если я пойму, что на улице дождь, то вероятность того, что я захвачу зонт, выходя из дома, равна 100 %. Но вероятность того, что дождь пойдет в том случае, если я захвачу с собой зонт, не подходит к 100 % даже и близко. Это две совершенно разные вещи – и вероятности этих событий тоже совершенно различны. Равно так же, как если человек болен, то тест выявит это с вероятностью 92 %. И все же вероятность того, что человек, проходящий проверку, действительно болен, если тест дал положительный результат, – это абсолютно иное дело. Предположим, это тест на очень страшную болезнь: если он оказался положительным, следует ли немедленно впасть в панику? Вовсе нет. Если мы хотим узнать точную вероятность того, что наш пациент болен, нам нужно больше данных. Например, мы должны выяснить и то, сколь велика часть населения, охваченная бо-

лезнюю, и то, каким является процентное отношение ложноположительных исходов – ситуаций, при которых тест показывает, что больны здоровые люди, – к общему числу всех исходов.

Понять, сколь часто вероятность болезни не подходит и близко к 92 %, поможет простой пример. Предположим, что эта болезнь поразила всего 1 % населения, а тест дает 1 % ложноположительных исходов (один человек из ста ошибочно определяется как заболевший). Пойдем дальше и, для ясности, предположим, что мы проверили 100 человек и один из них заболел. Более того, будем великодушнее, нежели творцы предыдущей гипотезы: пусть тест способен точно выявить этого больного человека, а в оставшихся 99 тестах будет один ложноположительный исход. Если коротко, то из 100 человек тест определит двоих заболевших, но только один из этих двоих будет болен на самом деле. Значит, когда тест дает положительный результат, вероятность того, что люди, проходящие осмотр, на самом деле больны, составляет точно 50 % (!), что и близко не подходит к отметке 92 %.

Когда врач ставит неверный диагноз, последствия могут быть ужасными. Так не следует ли врачам, судьям и другим людям, влияющим на нашу жизнь, научиться тому, как правильно обращаться с вероятностями?

Детекторы лжи

Пока вы усваиваете эти новые сведения, позвольте привести еще один пример. Предположим, что ФБР решило раз и навсегда выяснить, кто на самом деле убил Джона Кеннеди. После долгих лет расследований, не оставляя ничего на волю случая, прилежные агенты составили список всех подозреваемых. Им предстоит опросить миллион человек (я слегка округлил число) – и всем устраивают проверку на детекторе лжи. Теперь предположим, что в том случае, когда люди лгут, детектор лжи выявляет их лживость в 98 % случаев, но при этом дает 5 % ложноположительных исходов (ошибочно определяет честных людей как лжецов). И еще предположим, что все подозреваемые – весь миллион – отрицают любую связь с убийством Кеннеди.

Из уважения к изобретателям полиграфа позвольте внести в гипотезу такое уточнение: когда будут допрашивать настоящего убийцу и он будет отрицать свою причастность, машина непременно подаст сигнал о том, что он лжет. Ну и что с того? Она сделает то же самое еще для 50 000 человек (к сожалению, 5 % от миллиона – это 50 000), и теперь число наших положительных исходов составляет 50 001. Такое чувство, что у нас тут действовала целая банда. Вероятность найти среди этих подозреваемых одного-единственного человека, совершившего убийство, составляет 1:50 001.

Думаю, вы начинаете понимать, почему у нас столько сложностей с неясными тестами, которые пытаются точно выявить отдельно взятый случай (на болезнь, которая поражает одного из каждой тысячи, или на одного убийцу среди миллиона человек). Эти поразительные результаты известны как «загадка ложноположительных исходов». На самом деле наш тест дал «почти достоверные» результаты – но, когда это самое «почти» объединяется с редкостью проверяемого события, итоги могут оказаться совершенно непредсказуемыми.

Вывод ясен: тест, не дающий абсолютно точных результатов, не сможет эффективно выявить редкий случай.

12. О справедливом разделении бремени

В этой главе я представляю проблему аэропорта, связанную с пониманием справедливости в свете теории игр. Итак, можно ли сделать справедливость справедливой?

Возвышающие споры

Даже старики не могли вспомнить, когда еще в их доме разражался столь яростный спор. Все началось с того, что Джон, который жил на верхнем (четвертом) этаже со своей женой и двухмесячными близняшками, предложил – или, скорее, умолил – установить лифт в их комфортабельной малоэтажке. А помимо того Джон хотел, чтобы все заплатили поровну. Спор начался, когда Эдриен, живший в одиночестве в съемной квартире на цокольном этаже, сказал, что не заплатит ни гроша, ведь ему лифт и даром не нужен и пользоваться им он не будет. Сара, жившая на втором этаже со своим мужем Джеймсом и двумя кошками, высказалась в духе того, что они, конечно, внесут свою лепту, но только символическую – так, идею поддержать. Джеймс, гордый спортсмен, никогда не поедет на лифте. А ей лифт будет нужен только тогда, когда доставка из бакалеи окажется слиш-

ком тяжелой. Джейн с третьего этажа уверяла в том, что...

Впрочем, не важно, в чем уверяла Джейн. Можете представить такие споры: они случаются непрерывно. И как разделить цену установки лифта, когда жильцы живут на разных этажах?

Я мог бы рассказать, но лифты – это скучно. Лучше расскажу вам про аэропорт.

Проблема аэропорта²⁶

Жили-были четверо друзей: Эйб, Брайан, Кельвин и Дэн. И так их жизнь хорошо сложилась, что решили они купить себе самолеты – по одному для каждого, – а частную посадочную полосу построить в складчину. Дэн, самый бедный из четверки, купил двухместную «Сессну». Кэл решил потратить чуть больше и выбрал четырехместный реактивный самолет. Брайан, бывший чуть побогаче, приобрел самолет бизнес-класса – Learjet 85. А Эйб, недавно сделавший целое состояние, совершенно потерял берега. Он заполучил двухпалубный Airbus A380 и предался роскоши: устроил на борту бассейн, спортзал с новейшей техникой, индонезийский спа-салон и комнату с голографическим экраном и еще нанял пилотом бывшего астронавта, а стюардессами – группу

²⁶ Проблема аэропорта была впервые представлена в следующей работе: Littlechild C. and Owen G. A Simple Expression for the Shapely Value in a Special Case // Management Science. 1973. November. 20:3, Theory Series. P. 370–372.

топ-моделей. Все это обошлось ему \$444 млн.

И вот пришло время строить взлетно-посадочную полосу, способную принять Airbus Эйба. Цена ее составляла \$200 000. Безусловно, всем остальным, с их не столь огромными самолетами, она тоже подходила. Впрочем, Брайан мог бы обойтись и менее дорогой полосой, всего за \$120 000; Кельвину бы хватило и \$100 000; а бедняку Дэну с его крошечным самолетиком требовалась полоса всего-то за \$40 000.

И как четверке друзей разделить \$200 000 между собой, построить полосу, которая бы подошла всем, и при этом не заплатить сверх меры – то есть за другого?

Эйб, старший, самый богатый, предложил релятивистскую пропорциональную схему: он заплатит вдвое больше, чем Кэл ($200/100$), и в пять раз больше, чем Дэн ($200/40$); Брайан – втрое больше, чем Дэн ($120/40$), и так далее. Если хотите решить эту задачу для шестого класса, прошу, проверьте мои расчеты: эта полоса обойдется Эйбу в \$86 956, Брайану придется заплатить \$52 175, Кэл должен будет отдать \$43 478, а Дэн – вложить \$17 391 (цифры слегка округлены, чтобы в итоге их сумма дала \$200 000).

Трое из четверых решили, что это справедливая сделка, но у Дэна, который влез в новые долги (отчасти потому, что купил самолет), возникла другая идея. «Если бы вы все, как я, купили себе по миленькому маленькому самолетику, – сказал он, – нам бы с лихвой хватило полосы за \$40 000.

Эйб захотел дороговую громадину, так пусть и строит за свои деньги. Он бы и так платил \$200 000, если бы не наш договор. Если так посмотреть, это мы ему помогаем. Знаю, мы друзья и все такое, и я не жду великодушия от супер-пупер-богачей. Я только хочу делить все по справедливости. И по логике. Знали бы вы про теорию игр и вектор Шепли, так сразу бы поняли, что это хорошо и правильно».

Как вы уже, наверное, знаете, мои дорогие читатели, Ллойд Шепли в 2012 г. стал лауреатом Нобелевской премии по экономике, и я считаю, он достоин нашего с вами внимания. Лично мне метод Шепли, предложенный Дэном в истории о полосе, кажется намного более справедливым, чем пропорциональное деление, за которое выступил Эйб.

«Участком полосы, нужным моему самолету, будем пользоваться мы все, – продолжил Дэн. – Он стоит \$40 000. Делим поровну, каждый платит \$10 000. Следующий участок мне незачем – но он нужен Кэлу, да и вам, Эйб и Брайан, без него тоже никак. Он стоит еще \$60 000 (а полоса вместе с ним – \$100 000). Разделите эту сумму на три, и каждый из вас заплатит \$20 000. Потом Эйб и Брайан поровну делят расходы на участок, нужный им обоим, оба платят по \$20 000, а дальше Эйб платит еще \$80 000 за участок, нужный только ему (и общие затраты доходят до \$200 000)».

Вот таблица с краткими итогами такого предложения.

| | | | | | |
|--------------|--------|--------|--------|--------|---------------------------------------|
| Цена участка | 40 000 | 60 000 | 20 000 | 80 000 | Итоговые расходы в расчете на каждого |
| Дэн | 10 000 | 0 | 0 | 0 | 10 000 |
| Кэл | 10 000 | 20 000 | 0 | 0 | 30 000 |
| Брайан | 10 000 | 20 000 | 10 000 | 0 | 40 000 |
| Эйб | 10 000 | 20 000 | 10 000 | 80 000 | 120 000 |

Ниже приведена таблица, в которой сравниваются предложения «бедняка» Дэна и «богача» Эйба.

| | | |
|--------|---------|--------|
| | Дэн | Эйб |
| Дэн | 10 000 | 17 391 |
| Кэл | 30 000 | 43 478 |
| Брайан | 40 000 | 52 175 |
| Эйб | 120 000 | 86 956 |

Безусловно, предложение Дэна ему самому подходит лучше – и при этом оно подходит лучше и Кэлу, и Брайану. Идею по всем канонам демократии вынесли на голосование – и она была принята большинством голосов: три «за», один «против».

Таким будет решение Шепли. Но даже пусть он и нобелевский лауреат, и все такое, его решение, как и любое другое в теории игр, – это просто рекомендация, и она ни к чему не обязывает.

На этом история могла счастливо закончиться, но Эйб

объявил, что он платить не будет, и, видимо, не возражал против того, чтобы все трое стали его *бывшими* друзьями. Он пригрозил: если его предложение не примут и не разделят все пропорционально, он выйдет из четверки, и пусть его трое бедных товарищей сами платят за свои полосы как хотят. «Если мне платить больше половины, – сказал владелец лайнера Airbus, – так я могу и за все заплатить сам. И построю себе чертов частный аэродром! Вы знаете, я могу».

Трое попросили Эйба дать им минутку – и поняли: если Эйб решит от всего отказаться, им придется платить за полосу \$120 000 и как-то их между собой делить. А если принять предложение Эйба, все трое заплатят лишь \$113 044 (общая сумма расходов в \$200 000 за вычетом доли Эйба, \$86 956), а это меньше, чем \$120 000, которые пришлось бы отдать в том случае, если Эйб все бросит.

Так что же они сделали? Склонились перед магнатом – или настояли на своей независимости? Подсказка: олигарх для троицы – Брайан.

Рассчитаем затраты (и округлим цифры Брайана во имя социальной справедливости):

| Цена участка | 40000 | 60000 | 20000 | Итоговые расходы в расчете на каждого |
|--------------|--------|--------|--------|---------------------------------------|
| Дэн | 13 333 | 0 | 0 | 13 333 |
| Кэл | 13 333 | 30 000 | 0 | 43 333 |
| Брайан | 13 334 | 30 000 | 20 000 | 63 334 |

Если делить затраты по новой модели Дэна, то для него самого и для Кэла она оказывается лучше, чем план Эйба (хотя для Кэла разница ничтожно мала), а вот Брайана, самого богатого из троицы, ждут верные потери.

Откажется ли Брайан? Присоединится ли к Эйбу? Если бы группа обратилась в третейский суд, как решать дело? И как этот вопрос связан с вездесущими соседскими спорами о том, ставить ли лифты в жилых домах? А какое отношение он имеет к дилемме из области экономического лидерства – о справедливом распределении расходов на инфраструктуру среди разных социальных страт? У вас есть все средства для ответа на эти увлекательные вопросы.

13. Игры на доверии

В этой главе мы встретимся с Каушиком Басу, великим индийским экономистом и создателем мысленного эксперимента – «Дилеммы путешественника». Профессор Басу покажет нам, что в этой игре стремление только к своим интересам и недоверие к другим повредит и вам, и остальным. В такой ситуации равновесие Нэша – это плохой исход: игроки достигнут большего, если смогут на время забыть о стратегиях и просто зачерпнуть воды из их личного «источника доверия».

Китайская ваза

Двое друзей, назовем их X и Y , посетили мастер-класс по стратегическому мышлению в Гарвардском университете. Прежде чем уйти домой, они побывали в Бостоне, на Чарльз-стрит, знаменитой своими антикварными лавками. В одной такой лавке они увидели пару совершенно одинаковых китайских ваз с изумительной росписью и притом по чрезвычайно выгодной цене. Каждый купил себе вазу, но, как это часто бывает по прихоти фортуны, авиакомпания потеряла их багаж с вазами и приняла решение немедленно возместить обоим понесенный убыток. Их попросили прийти в

бюро находок, там обоих встретила девушка-менеджер, и после недолгой беседы, почувствовав, что оба проявляют интерес к стратегическому мышлению, она решила компенсировать потери так. Двоих провели в разные комнаты и попросили написать на листочке бумаги сумму, которую те хотели бы получить за потерянные вазы, – любую в пределах от \$5 до \$100. Если оба укажут одинаковую сумму, именно столько и получит каждый; если суммы будут разными, каждому выплатят ту, которая окажется меньшей. Но было и еще кое-что: указавший меньшую сумму получал бонус в виде \$5, а другого, указавшего большую, на те же \$5 штрафовали. Например, если X напишет 80, а Y напишет 95, то X получит $80 + 5 = 85$, а Y – только $80 - 5 = 75$.

Какую сумму выберете вы?

На первый взгляд кажется, что обоим следует указать \$100, ведь тогда каждый из них именно столько и получит. Вероятно, разумные люди так бы и поступили. Но что, если X и Y – сторонники экономического мировоззрения, которое часто проявляется в ограниченности и предвзятости? Люди в большинстве своем принадлежат к виду *Homo economicus* и стремятся довести до максимума свое богатство при любой возможности. Такой подход предсказывает появление совершенно иных сумм.

В этой игре равновесие Нэша составляет \$5 – оба игрока выбирают это малое число и забирают свою скудную награду. Позвольте объяснить.

Если X считает, что Y напишет число меньше 100 (в надежде указать меньшую сумму и забрать бонус \$5), сам он 100 не напишет – это понятно. Но даже если X будет думать, что Y напишет 100, сам он равно так же 100 не напишет: он выберет 99, поскольку так он забирает \$104 ($99 + 5$).

Y понимает ход мыслей X и знает, что X не напишет число больше, чем 99, – и потому, следуя той же логике, какой чуть раньше следовал X , Y не напишет больше, чем 98. В таком случае X не напишет больше, чем 97... и так далее, и так далее, и так далее... И когда же это кончится? Я знаю: им придется остановиться на сумме \$5. Это единственный выбор, который гарантирует, что оба игрока не будут сожалеть о своих решениях, принятых прежде, – а значит, это и есть равновесие Нэша.

Здесь стоит вспомнить слова Уинстона Черчилля: «Сколь бы прекрасной ни была стратегия, иногда стоит посмотреть и на ее итоги».

«Дилемма путешественника», стратегическая игра с ненулевой суммой, была создана в 1994 г. Каушиком Басу, влиятельным индийским экономистом. Профессор Басу, который, помимо прочего, изобрел «дуидуку» – соревновательную версию sudoku, – в 2012–2016 гг. был главным экономистом и первым вице-президентом Всемирного банка.

«Дилемма путешественника» отражает ситуацию, когда оптимальное решение находится «очень далеко» от решения, достигаемого при равновесии Нэша. При таком сценарии

рии забота только о собственных интересах вредит и вам, и другим. Экстенсивный поведенческий эксперимент, поставленный при помощи этой игры (с реальными финансовыми наградами), привел к весьма интересным открытиям.

Если у вас нет эмпирических свидетельств, то прийти к выводу о том, какие взаимопонимания проявят себя в комбинационной игре с ненулевой суммой, возможно в столь же малой мере, как доказать на основе чисто формальных выводов, что некая специфическая шутка просто обязана быть смешной.

Томас Шеллинг

В июне 2007 г. профессор Басу опубликовал статью о «Дилемме путешественника» в журнале *Scientific American*. Он сообщил о том, что в этой простой игре (и я должен добавить, что это игра с ненулевой суммой, ведь суммы, которые получают игроки, не зафиксированы, а скорее определяются выбранными стратегиями) люди часто отвергают (логичный) вариант с выбором \$5 и очень часто выбирают \$100. На самом деле, как сказал упомянутый индийский экономист, игроки, которым не хватает уместных формальных знаний, игнорируют экономический подход – и их результаты оказываются лучше. Отказ от экономического мышления и простое доверие к другим игрокам – это разумный выбор. И все это сводится к простому вопросу: можем ли мы доверять теории игр?

В игре есть еще одна интересная находка: действия игро-

ков зависят от размера бонуса. Когда он очень мал, повторяющиеся игры ведут к тому, что оглашается максимально возможная сумма. Но если потенциальная выгода весьма значительна, то предложенные суммы сходятся к равновесию Нэша – иными словами, оглашается минимально возможная сумма. Это открытие впоследствии подтвердилось в исследовании разнообразных культур; его провел профессор Ариэль Рубинштейн, обладатель премии Израиля по экономике за 2002 г.

Ошибаются все, но только мудрецы учатся на своих ошибках.

Уинстон Черчилль

Каушик Басу считает, что такие моральные качества, как честность, прямота, доверие и забота, жизненно важны для стабильной экономики и здорового общества. Да, я с ним совершенно согласен, но весьма сомневаюсь, что мировые лидеры и творцы экономической политики обладают такими чертами характера. Чаще ни честность, ни доверие не дают вам преимущества ни в каких «политических гонках». А если люди, ведомые такими нравственными критериями, и правда займут ключевые посты в политике или экономике, то это будет самое настоящее чудо.

Олень, кролик, стартапы и философ

Ниже приведена матрица игры, известной как «Охота на оленя».

| | Олень | Кролик |
|--------|-------|--------|
| Олень | 2, 2 | 0, 1 |
| Кролик | 1, 0 | 1, 1 |

Двое друзей отправляются на охоту в лес, где обитают олени и кролики: кролик – самая мелкая добыча, а олень – самая крупная. Охотники могут ловить кроликов сами, но для охоты на оленя им непременно нужно объединить усилия. У этой игры две точки равновесия: двое охотников могут устремиться или за кроликами, или за оленем. Конечно, им выгоднее преследовать более крупную цель, но будут ли они это делать? Это вопрос доверия. Возможно, они оба займутся охотой на оленя, если каждый сочтет, что другой может быть надежным и отзывчивым спутником.

Это ситуация, в которой двое должны совершать такой выбор: на одной чаше весов – верный, но не столь благоприятный результат (кролик), на другой – более весомый и многообещающий итог (олень), требующий доверия и сотрудничества.

Даже если бы двое охотников, еще не поймав добычу, по-

жали друг другу руки и решили охотиться на оленя вместе, один мог бы разорвать договор из страха, что второй поступит так же. Кролик в руке – это лучше, чем олень, на которого никто не поможет охотиться.

Конечно же, подобных ситуаций немало и за пределами леса. Опытный работник компании, деятельность которой связана с высокими технологиями, думает уволиться и начать вместе с другом стартап. И, прямо перед тем как уведомить начальника, он начинает волноваться: а что, если друг не уйдет со *своей* работы? Тогда ведь он сам останется ни с чем – ни нынешнего места (кролик), ни «стартапа мечты» (олень)!

За много лет до того, как возникла теория игр, философы Дэвид Юм и Жан-Жак Руссо применяли в рассуждениях о сотрудничестве и доверии словесный вариант «Охоты на оленя».

Возможно, любопытным окажется одно наблюдение: в то время как «Дилемма заключенного» обычно считается самой лучшей игрой для демонстрации проблемы доверия и сотрудничества в обществе, некоторые эксперты в теории игр считают, что именно в контексте «Охоты на оленя» изучать эти категории намного интереснее.

Могу ли я довериться тебе?

У Салли есть \$500. Ей сказали, что она может дать Бетти

столько, сколько сама захочет (или, при желании, может и ничего не давать). Прежде чем Бетти получит подарок Салли, сумму умножат на 10. Так, если Салли дает \$200, Бетти получит \$2000. А во второй стадии игры Бетти, будь на то ее воля, может заплатить Салли сколько пожелает – из той суммы, которая будет у нее на руках (если у нее вообще что-нибудь будет).

Как считаете, что произойдет? Обратите внимание: цена игры (иными словами, максимальная общая сумма, которую могут получить два игрока после всех своих взаимодействий) составляет \$5000.

Предположим, Салли дает Бетти \$100, то есть на самом деле Бетти получает \$1000. Какой ответ со стороны Бетти мы сочли бы логичным? Какой поступок будет честным? Должна ли она вернуть Салли подаренные \$100? Она могла бы вознаградить доверие Салли – но могла бы и расстроиться оттого, что Салли не доверилась ей в большей мере и не дала ей, скажем, \$400. Что бы сделали вы, окажись вы на месте этих девушек? На основе экспериментов, проведенных со студентами, я видел всевозможные варианты поведения: некоторые отдавали половину суммы, иные не давали ни гроша, кто-то доверял другому полностью и всецело и отдавал все деньги, кого-то вознаграждали за проявленную щедрость, кого-то – нет... В мире все обстоит точно так же.

14. Как играть в казино, если некуда деться

Все сказано в заглавии...

Вскоре я расскажу вам об одной математической хитрости, которая в невероятной степени увеличит ваши шансы выиграть в рулетку. Но, прежде чем я это сделаю – и прежде чем вы купите билет в Лас-Вегас, – я должен сказать еще одно. Лучший совет, какой я могу вам дать – и я настаиваю на том, что он лучший, – звучит так: если вы можете избежать игры в казино – никогда не играйте! Надеюсь, вы понимаете: казино строятся не просто так, люди не просто так текут туда рекой, и не просто так их там кормят деликатесами на дорогих шоу за счет заведения. Поверьте, никому не следует думать, будто управляющие лишь хотят, чтобы их клиенты хорошо провели время.

И все же, если вам приходится играть в азартные игры, вот пример того, как все наладить.

Представьте: в казино вошел человек, у которого на руках только \$4, но ему позарез нужны \$10. (Если вам хочется душещипательной истории, пусть этот человек войдет в казино с \$10 000 в кармане, но потеряет все, кроме \$4. Теперь ему нужно \$10, чтобы уехать домой на автобусе.) И он не уйдет,

пока не получит еще \$6. Впрочем, есть и другой вариант: он отдаст последние гроши и побредет домой под проливным дождем и пронизывающим ветром. (Вы еще не плачете?) И теперь, перед колесом рулетки, он должен решить, как ему играть.

Я могу математически и точно доказать, что лучшая стратегия для повышения его шансов до максимума – в стремлении обратить его \$4 в \$10 – состоит в том, чтобы делать ставку на один цвет и ставить меньшее из двух вариантов: или все, что у него есть, или столько, сколько ему требуется, чтобы достичь \$10. Позвольте объяснить.

У него есть \$4, ему нужно \$10, и он ставит все \$4 на красное. Конечно, казино может просто проглотить эти деньги, и игрок пойдет домой пешком. Но, если сыграет красное, его состояние удвоится. Теперь, когда у него есть \$8, ему незачем ставить всю сумму: ему нужно еще только \$2. И потому ему следует ставить только \$2, и, если ему снова повезет, у него будут желанные \$10. Если же он потеряет \$2, у него все еще останется \$6, и из них он должен будет поставить \$4. В таком духе он и будет играть до того, как потеряет все свои деньги или достигнет желанных \$10.

Оптимальная стратегия состоит именно в том, чтобы пойти на эту «смелую игру» – иными словами, ставить все свои деньги или ту сумму, которой вам не хватает до желанной цели. Стратегия эта может показаться странной: многие сочли бы, что им лучше ставить по доллару или паре долла-

ров зараз. Но они неправы. «Смелая игра»²⁷ – это лучший выбор: если вы «незначительный игрок», вам следует играть как можно меньше.

А кто такой «незначительный игрок»? Это тот игрок, чьи шансы на победу в игре меньше, чем у его противника (пусть даже на самую малую часть), или тот, у кого меньше денег (и меньше возможностей возместить свои потери), чем у другого игрока.

Если вы играете против казино, ваше место на этих весах вполне ясно. У казино всегда преимущество (именно для этого на колесе рулетки «зеро» и «двойное зеро»), опыт и деньги, которых у вас нет.

Позвольте мне еще раз вас предупредить: *не играйте в казино!* Возможно, это лучший математический совет, который я могу вам дать (конечно, не в том случае, если вы просто развлекаетесь и не тревожитесь о том, что придется расплачиваться за проигрыш. А если это именно ваш случай, тогда предлагаю поступить так: решите, сколь много вы готовы заплатить, *еще до того*, как начнете играть, и стойко держитесь этого решения). Возможно, вы удивитесь, узнав, что я мог интуитивно объяснить, почему «смелая игра» – это оптимальная стратегия, которая максимально повышает ваши шансы выиграть эти \$10.

²⁷ Словосочетание «смелая игра» (bold play) встречается в «библии» игр в рулетку: *Dubbins Lester E. and Savage Leonard J. How to Gamble if You Must*. Dover Publications, N. Y., reprint edition, 2014; впервые опубликованной в 1976 г. под названием «Inequalities for Stochastic Processes».

Чтобы упростить объяснение, позвольте мне представить другую проблему, которая прольет ясный и яркий свет на вопрос с рулеточным столом.

Представьте, что мне посчастливилось столкнуться с гением баскетбола Майклом Джорданом и он согласился побросать со мной мячик. Он уже не в НБА, я никогда там и не был, и у нас обоих масса свободного времени. Уверенный в своем мастерстве, М. Дж. великодушно предлагает мне определить, до какого счета играем. Что предложите? Надеюсь, ответ ясен. Мне лучше вообще все отменить, обняться с Майклом и согласиться на ничью (хотя и очень глупо будет упустить шанс сыграть против кумира). Есть и второе решение, не столь хорошее – но все же хорошее: играть до первого очка. Чудеса случаются! Бросить-то я могу! И кто знает, вдруг мячик будет ко мне милосерден и со свистом упадет прямо в корзину – а М. Дж., глядишь, и промахнется, как случается и с лучшими?

Если я решу играть до двух или трех очков, мои шансы на победу упадут до неприличия низко; а если мы продолжим, то мой проигрыш станет делом почти решенным. «Закон больших чисел» предсказывает, что в конце концов произойдет именно то, чего ожидают. Если же мы будем играть до первого попадания, тогда я могу, по крайней мере, помечтать о том, как одолею в баскетбол *самого* Майкла Джордана. За грезы денег не берут.

Если вернуться к вопросу о казино, то позвольте напом-

нить, что на рулетке есть «зеро», а то и «двойное зеро» и благодаря им чаша весов склоняется в пользу заведения, а вся игра, как мне кажется, становится несправедливой. На качественном уровне ставить против казино – это все равно что играть в баскетбол против Майкла Джордана. Заведение – лучший игрок. И посоветовать можно только одно: играйте как можно меньше. В конце концов казино побеждает всегда.

Эксперты в делах казино или рационалисты-математики могут поинтересоваться тем, что случится, если мы, имея \$4, поставим сперва один доллар, а потом будем держаться такой стратегии: в случае победы поставим \$5, а в случае проигрыша снизим ставку до \$3 и вернемся к упомянутой выше стратегии «смелой игры». Ответ таков: эта стратегия даст такие же шансы на победу, как и «смелая игра», с самого начала. В любом случае это замечание только для экспертов.

Вместе с тем, если вы собираетесь просто развеяться и провести немного времени в роскошном казино, то «смелая игра» – не лучшая стратегия: возможно, из-за нее штатный детектив попросит вас покинуть заведение после первого же кона. Если ваша цель – провести время в азартном заведении, я предложил бы играть осторожно: ставьте по доллару зараз и делайте долгие перерывы между играми. Это не самая впечатляющая стратегия, но она очень эффективно сохранит ваше время и деньги.

И позвольте закончить эту главу одной пронизательной

фразой, которую, как принято считать, произнес британский государственный деятель Дэвид Ллойд Джордж: *«Нет ничего опаснее, чем перепрыгивать пропасть в два прыжка»*.

Заключение. Главные принципы теории игр

Теория игр стремится придать определенную форму взаимодействию рациональных игроков и исходит из предположения, согласно которому цель каждого игрока – довести до максимума свою выгоду, представленную в виде таких благ, как деньги, слава, клиенты, лайки в фейсбуке, гордость за себя... Игроками могут становиться друзья, враги, политические партии и любые другие формы бытия, с которыми можно взаимодействовать.

Когда вы уже почти готовы принять решение, вам следует предположить, что другие игроки в большинстве случаев столь же умны и эгоистичны, как вы сами.

При ведении переговоров помните о трех ключевых моментах. Вы должны быть готовы к тому, что переговоры могут закончиться *без соглашения*; вы должны понимать, что игра может *повториться*; и вы должны всем сердцем *верить* в правоту своих взглядов и держаться их.

Если ваш противник иррационален, то часто иррациональным будет и решение рационально играть против него – и напротив, решение играть с ним иррационально часто оказывается совершенно рациональным.

Не забывайте: объяснять всегда легче, нежели предсказы-

вать. Почти все в мире сложнее, чем кажется, даже если вам кажется, что вы понимаете эту фразу.

Всегда учитывайте то, что люди не желают принимать несправедливость, и помните о том, сколь важна честь.

И будьте осторожны! Математическое решение игры часто игнорирует столь важные явления, как зависть («любая радость друга – мне маленькая смерть»), обида, злорадство, самоуважение и нравственное негодование.

Мотивация может улучшить стратегические навыки.

Перед тем как принять решение, спросите себя, как бы все складывалось, если бы все разделяли ваши взгляды... и помните, что их разделяют не все.

Порой «неведение – это блаженство»: временами игрок, знающий меньше всех, достигает наибольшей выгоды в состязании с необычайно умными и всезнающими игроками.

Когда каждый игрок совершает лучший для себя выбор и совершенно не заботится о тех последствиях, которые этот выбор окажет на других игроков, все может кончиться тотальной катастрофой. Во многих ситуациях эгоистическое поведение не только создает проблемы с нравственной точки зрения, но и оказывается стратегически неразумным.

Иногда, вопреки расхожему мнению «чем больше выбор – тем лучше», именно сокращение вариантов выбора улучшит результат.

Люди склонны сотрудничать, когда сталкиваются с «тенью грядущего»: если мы ожидаем новой встречи, то меня-

ем образ мыслей. Если вы играете в игру снова и снова, держитесь таких правил: «Играйте как джентльмен. Никогда не предавайте первым, но всегда отвечайте на предательство. Избегайте слепого оптимизма, это падение в бездну. Умейте прощать. Как только противник прекращает предавать, прекращайте и вы».

Помните о том, что сказал Абба Эвен: «История учит нас тому, что и люди, и народы поступают разумно, лишь когда исчерпают все остальные альтернативы».

Исследуйте возможные трансформации успеха и неудачи, к которым ведут те или иные ходы в изучаемой игре. Узнайте, к чему ведут честность и лживость и чем вы рискуете, если решите довериться.

Не позволяйте сбить себя с пути внешней сложностью игры, если перед вами простая цель – победить.

Время от времени разумно отказываться от экономического и стратегического мышления – и просто доверять другим игрокам.

Такие нравственные качества, как честность, прямота, доверие и забота, жизненно важны для стабильной экономики и здорового общества. Правда, вопрос в том, обладают ли ими мировые лидеры и творцы экономической политики – ведь в «политических гонках» они не дают совершенно никакого преимущества.

Если вы «незначительный игрок», вам следует играть как можно реже.

Избегать риска любой ценой – это очень рискованный путь.

Библиография

Глава 1

Gneezy Uri, Haruvy Ernan and Yafe Hadas. The Inefficiency of Splitting the Bill // *Economic Journal*. 2004. April. 114:495. P. 265–280.

Глава 2

Aumann Robert. The Blackmailer Paradox: Game Theory and Negotiations with Arab Countries. www.aish.com/jw/me/97755479.html

Глава 3

Camerer Colin. Behavioral Game Theory: Experiments in Strategic Interaction. Roundtable Series in Behavioral Economics. Princeton University Press, 2003.

Глава 4

Davis Morton. Game Theory: A Nontechnical Introduction. Dover Publications, reprint edition, 1997.

Глава 5

Gale D. and Shapley L. S. College Admissions and the Stability of Marriage // *American Mathematical Monthly*. 1962. 69. P. 9–14.

Интермедия. Игра в гладиаторов

Kaminsky K. S., Luks E. M. and Nelson P. I. Strategy, Nontransitive Dominance and the Exponential Distribution // Austral J Statist. 1984. 26. P. 111–118.

Глава 6 и глава 9

Poundstone William. Prisoner's Dilemma. Anchor, reprint edition, 1993.

Глава 7

Sigmund Karl. The Calculus of Selfishness, Princeton Series in Theoretical and Computational Biology. Princeton University Press, 2010.

Интермедия. Парадокс воронов

Hempel C. G. Studies in the Logic of Confirmation // Mind. 1945. 54. P. 1–26.

Глава 8

Milgrom Paul. Putting Auction Theory to Work (Churchill Lectures in Economics). Cambridge University Press, 2004.

Глава 10

Huff Darrell. How to Lie with Statistics. W. W. Norton & Company, reissue edition, 1993.

Глава 11

Morin David J. Probability: For the Enthusiastic Beginner, CreateSpace Independent Publishing Platform, 2016.

Глава 12

Littlechild S. C. and *Owen G.* A Simple Expression for the Sharply Value in a Special Case // Management Science. 1973. 20:3. P. 370–372.

Глава 13

Basu Kaushik. The Traveler's Dilemma // Scientific American. 2007. June.

Глава 14

Dubins Lester E. and *Savage Leonard J.* How to Gamble If You Must: Inequalities for Stochastic Processes, Dover Publications, reprint edition, 2014.

Karlin Anna R. and *Peres Yuval.* Game Theory Alive // American Mathematical Society. 2017.

Об авторе

Хаим Шапира родился в 1962 году в Литве. В 1977-м он эмигрировал в Израиль, где получил свою первую степень доктора философии по математической генетике за диссертацию, посвященную теории игр, а позже – еще одну степень доктора философии за исследование математического и философского подхода к бесконечности. Сейчас преподает математику, психологию, философию и литературоведение. Шапира, автор семи бестселлеров, утверждает, что его миссия как писателя – не склонить читателей к согласию, а просто побудить их к тому, чтобы думать и размышлять. Один из самых популярных и востребованных израильских лекторов, на своих выступлениях Шапира затрагивает самые разные темы: это и креативность, и стратегическое мышление, и экзистенциальная философия, и философия в детской литературе, а также счастье и оптимизм, абсурд и безумие, воображение и значение смысла, дружба и любовь. А кроме того, он – превосходный пианист и страстный коллекционер прекрасных вещей.